



Regiones ND

Matemáticas para Ingeniería I

Otono 2017

Lilia Meza Montes IFUAP

Unidad 1. Funciones de varias variables

1.1 ESPACIOS DE N DIMENSIONES

Espacio n -dimensional

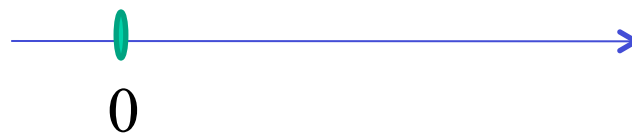
- El conjunto de todas las n -adas **ordenadas** de números reales se denomina **espacio numérico n -dimensional** y se denota por \mathbb{R}^n
- Cada n -ada ordenada (x_1, x_2, \dots, x_n) se llama punto del espacio
- Usualmente trabajaremos en \mathbb{R}^2 (representación geométrica es un plano) y \mathbb{R}^3 (espacio tridimensional)

Espacio numérico

- Los elementos de las n -adas pueden ser números o representar cantidades físicas.
- Nosotros usaremos el espacio de números, es decir, el espacio numérico.

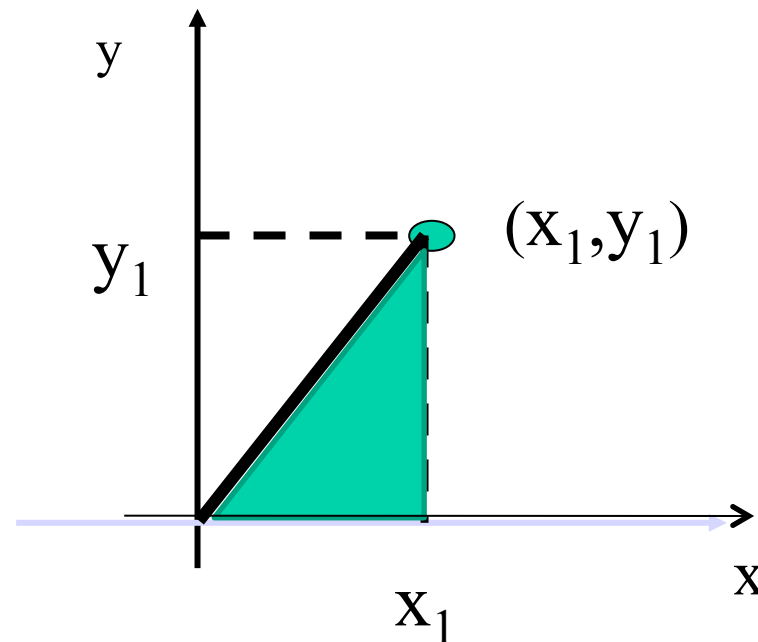
Ejemplos de representaciones gráficas

\mathbb{R}



x
Espacio unidimensional (de dimensión 1)

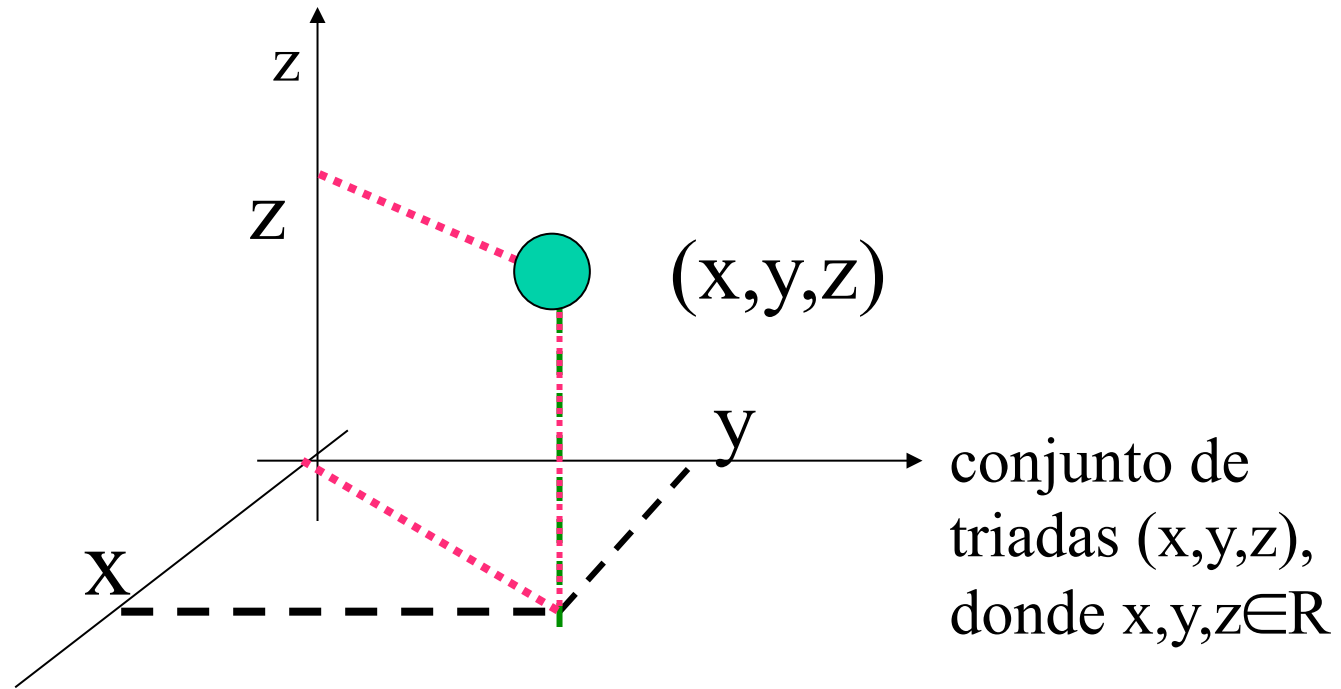
\mathbb{R}^2



Espacio bidimensional:
conjunto de duplas (x,y) ,
donde $x,y \in \mathbb{R}$

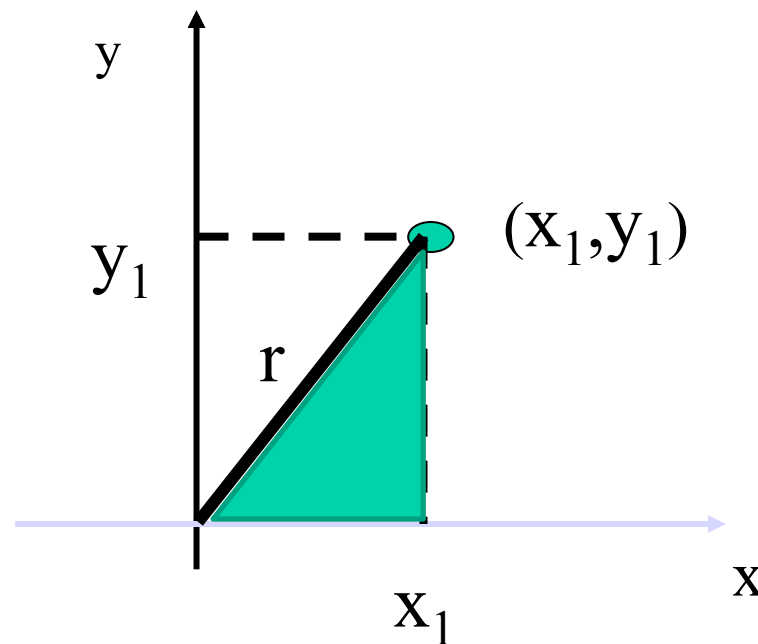
Espacio tridimensional: representación gráfica

\mathbb{R}^3



REGIONES

Puntos en el plano cartesiano



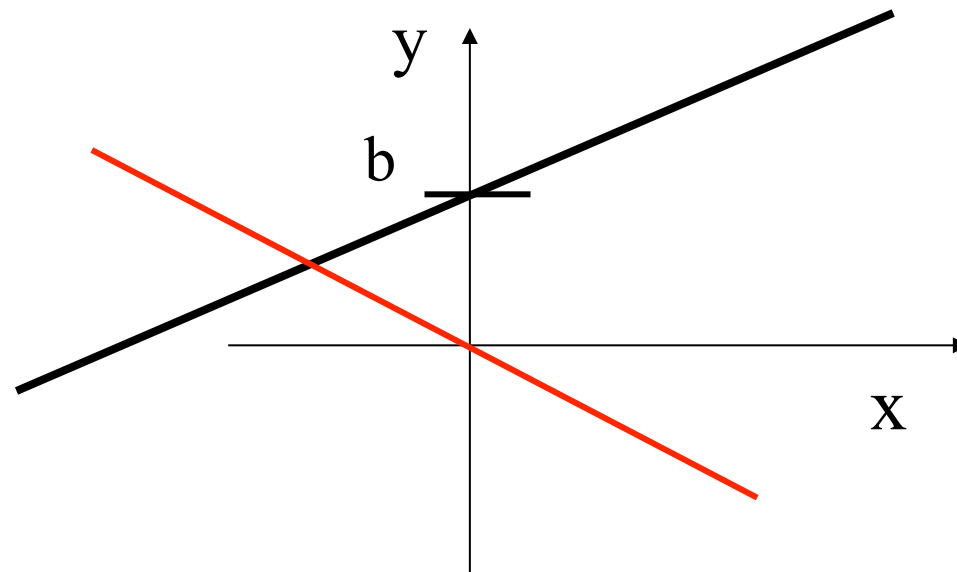
Distancia al origen (teorema de Pitágoras)

$$r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

Espacio bidimensional \mathbb{R}^2 : $\{(x_1, x_2) \mid x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$

Se representa por un plano cartesiano

Rectas y rayos

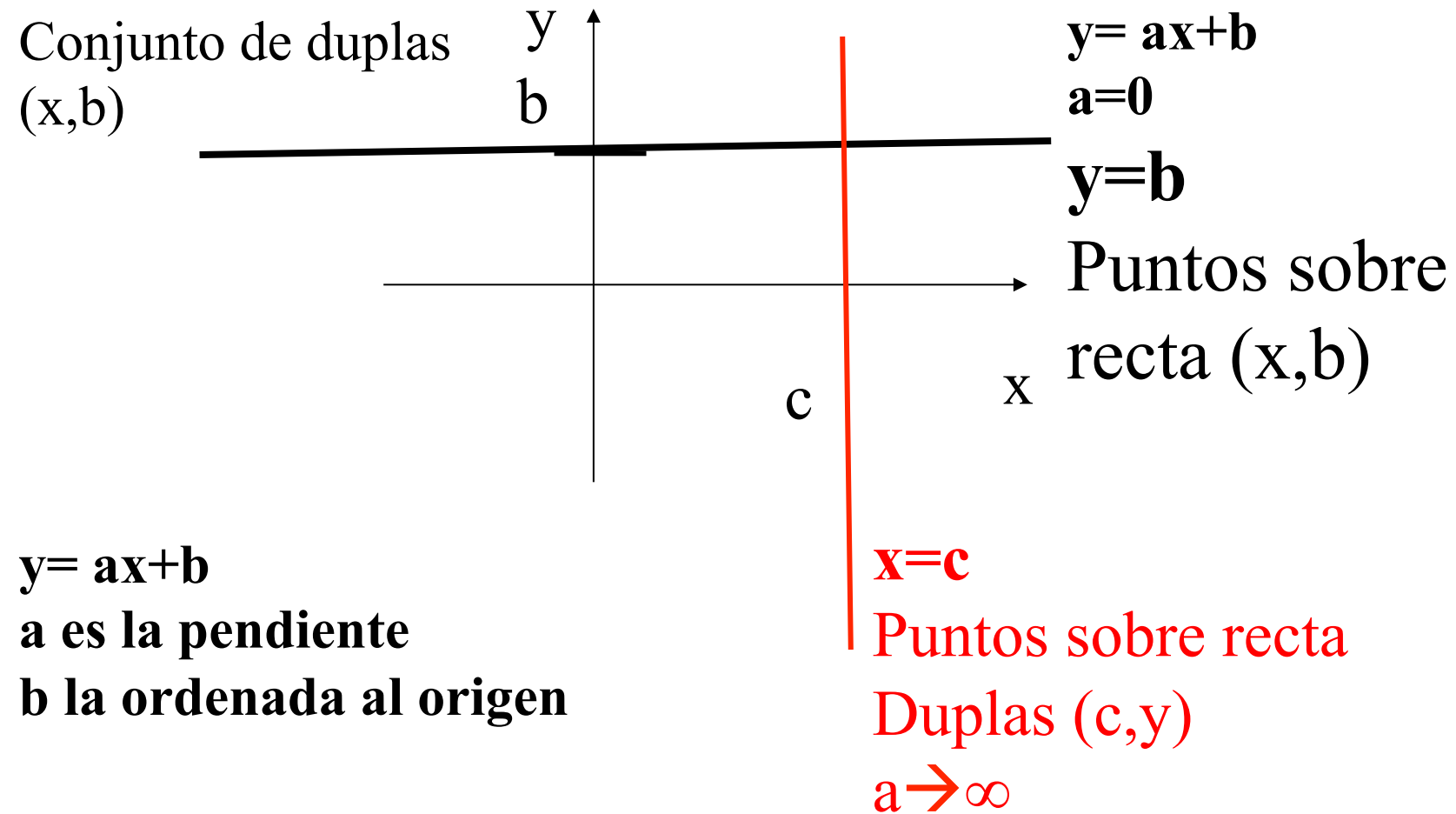


$y = ax + b$
a es la pendiente

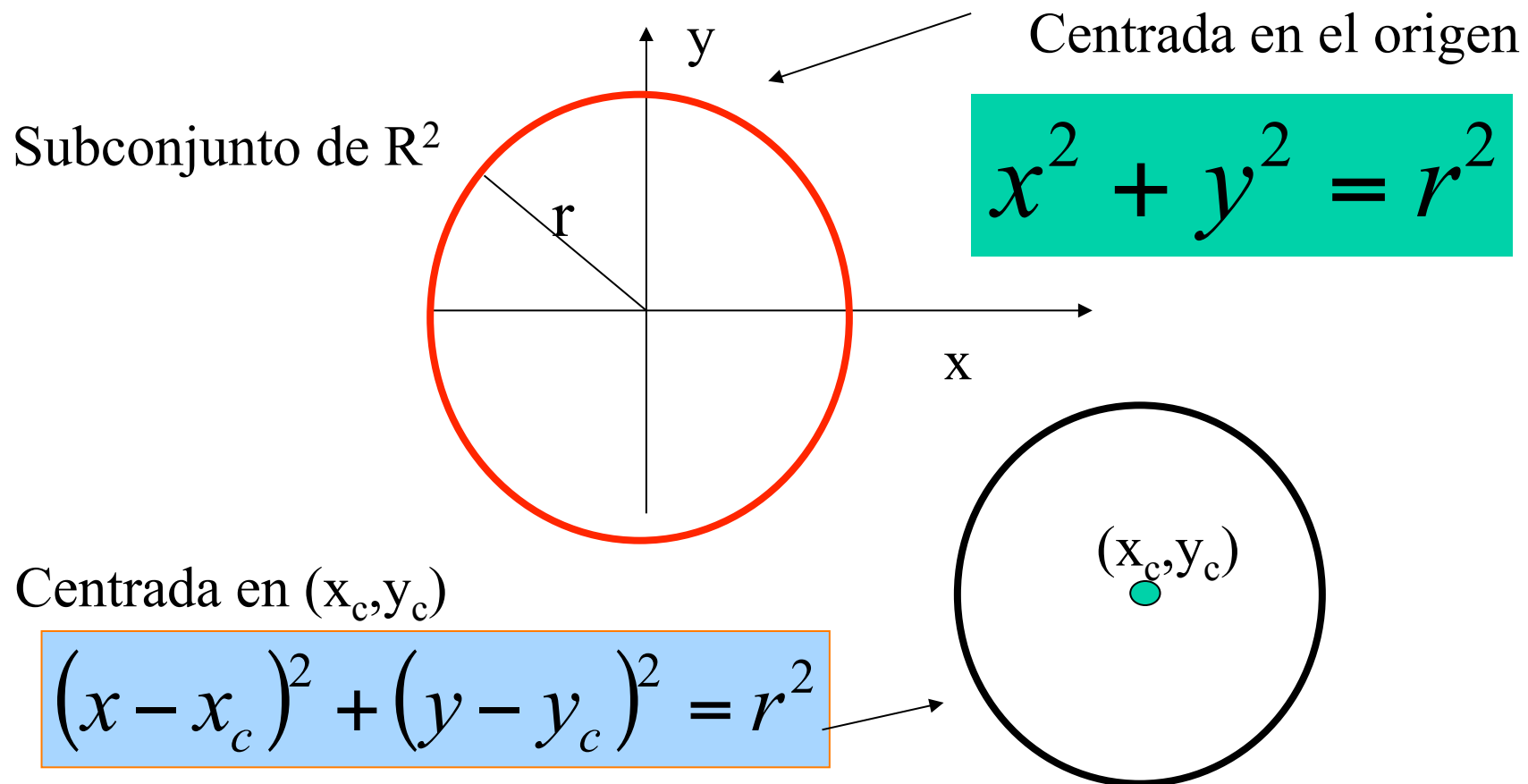
Rayo
 $y = ax$
 $b = 0$
Pasa por el origen

Rectas y rayos son subconjuntos de \mathbb{R}^2

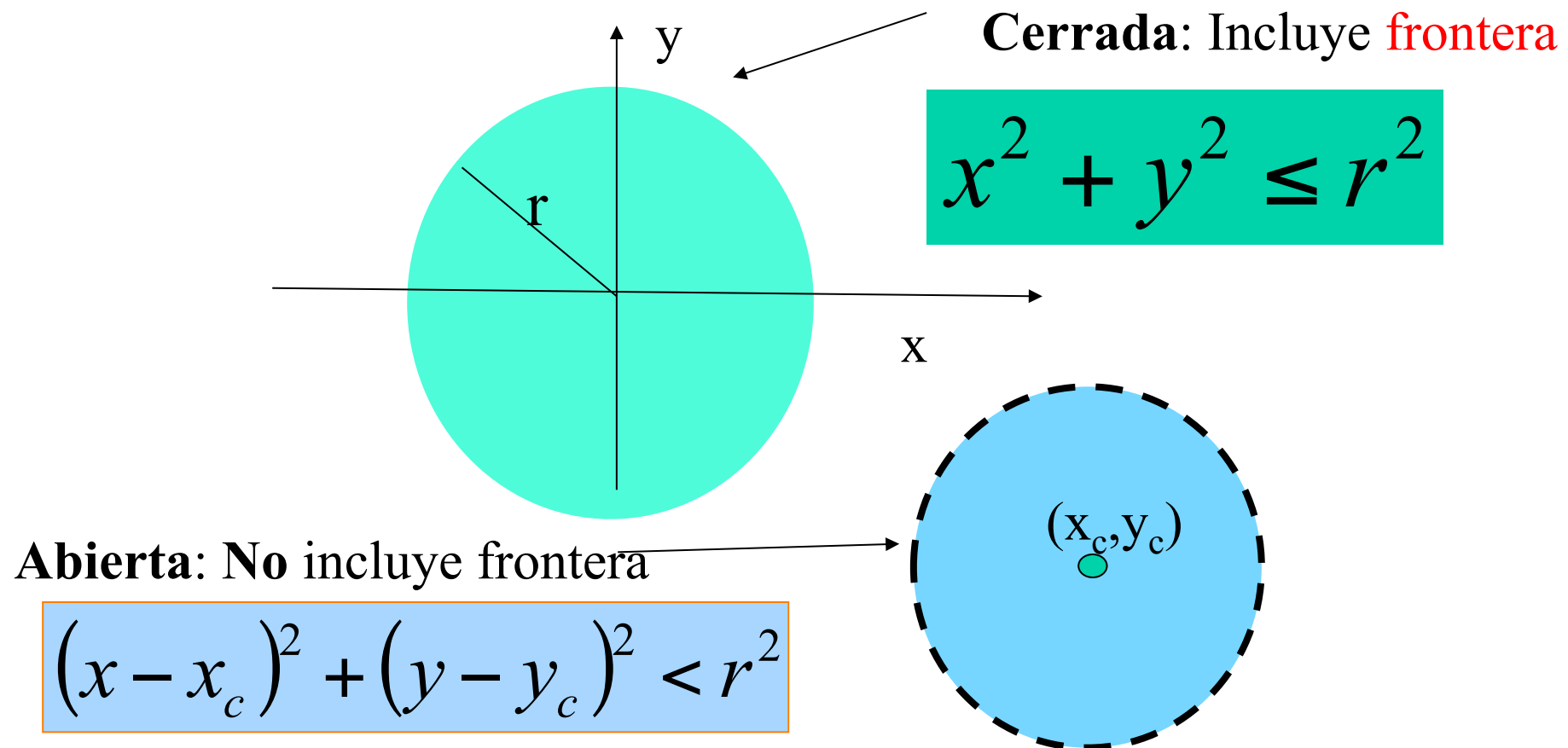
Rectas: casos especiales



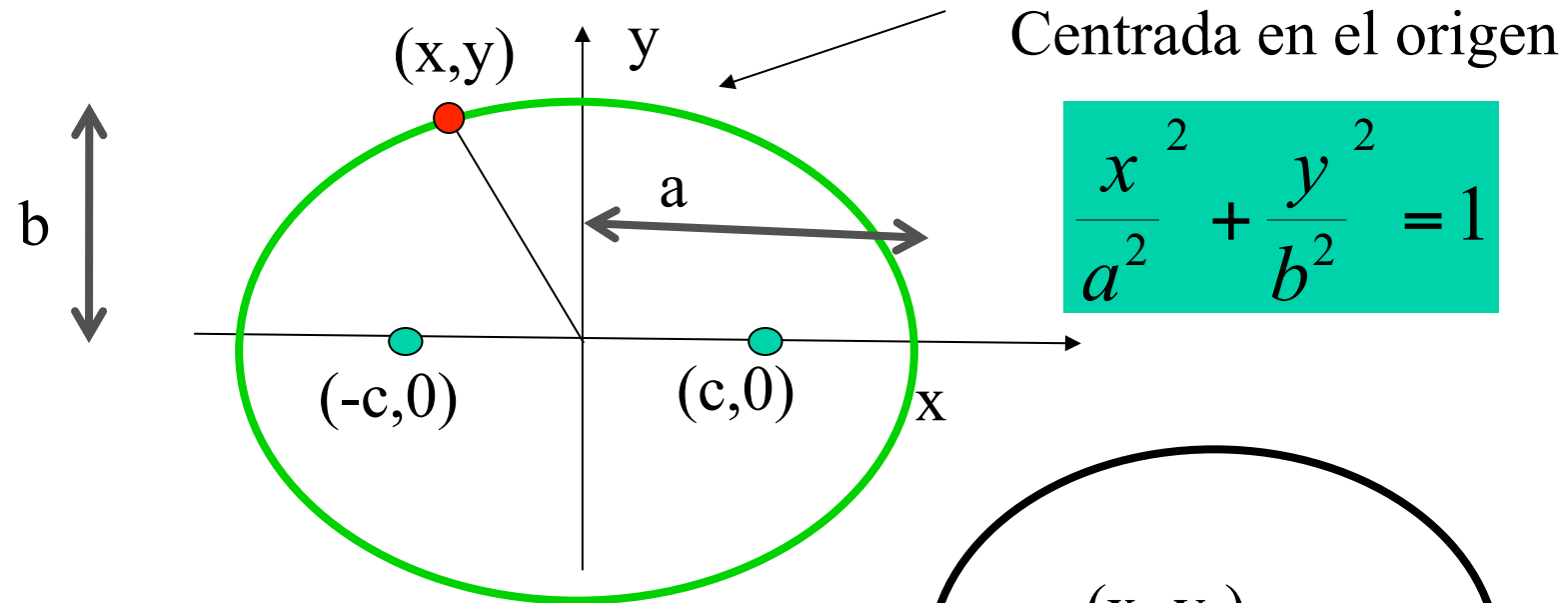
Circunferencia



Bolas abierta y cerrada



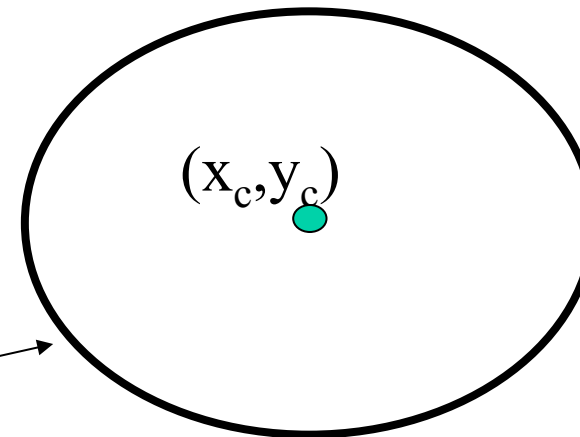
Elipse



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Centrada en (x_c, y_c)

$$\frac{(x - x_c)^2}{a^2} + \frac{(y - y_c)^2}{b^2} = 1$$



Circunferencia es caso especial de elipse: $a=b$

Geometría Analítica 3D

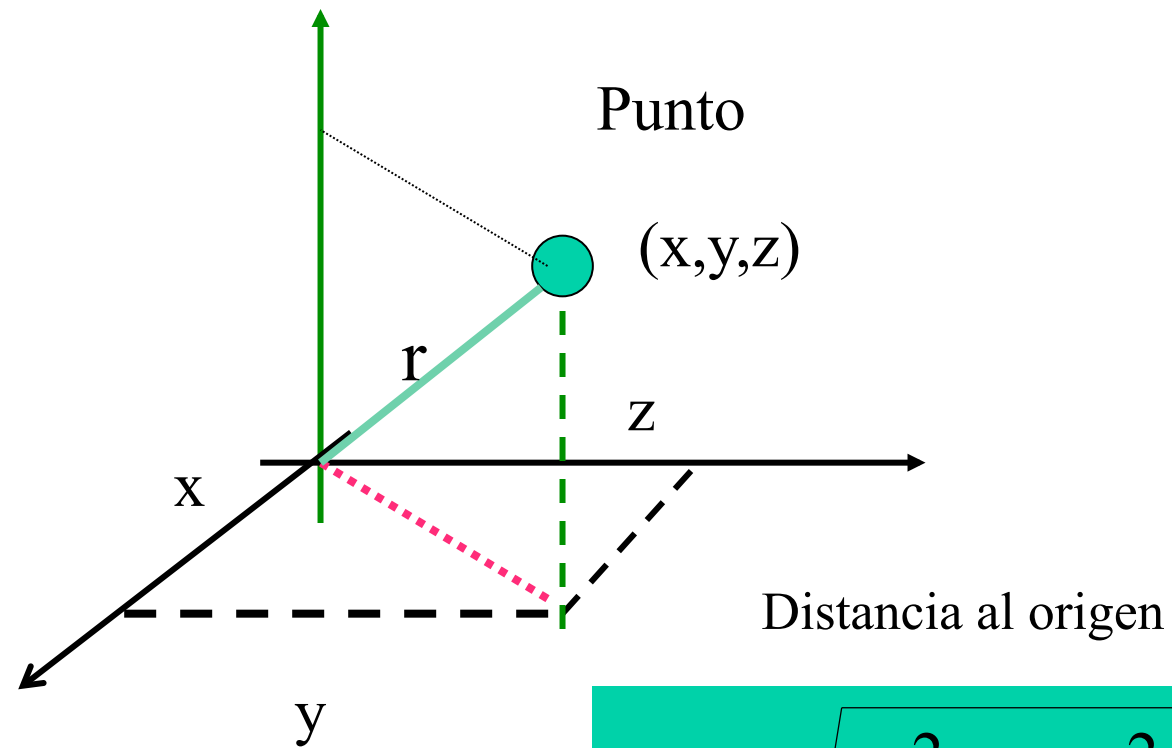
Regiones en \mathbb{R}^3

Rectas y Rayos

Planos

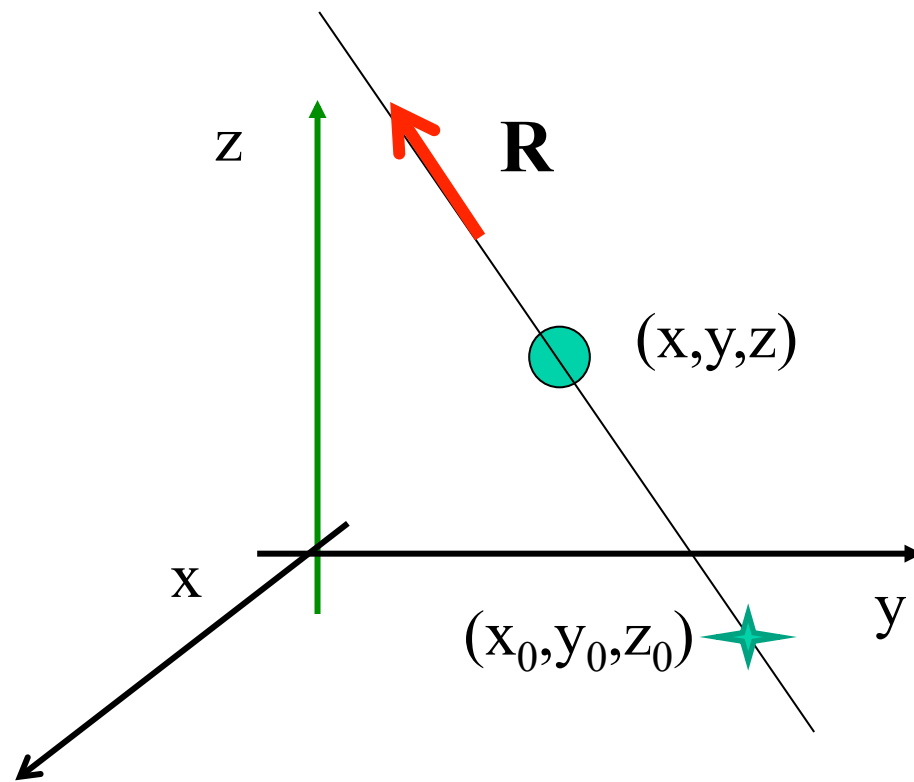
Esferas y elipsoides

En el espacio 3D



$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Recta



La recta pasa por el punto
 (x_0, y_0, z_0)

El vector $\mathbf{R}=\langle a,b,c\rangle$
 $= a\mathbf{i}+b\mathbf{j}+c\mathbf{k}$
determina la dirección
de la recta.

Si a,b,c no son cero \rightarrow
Ecuaciones simétricas

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

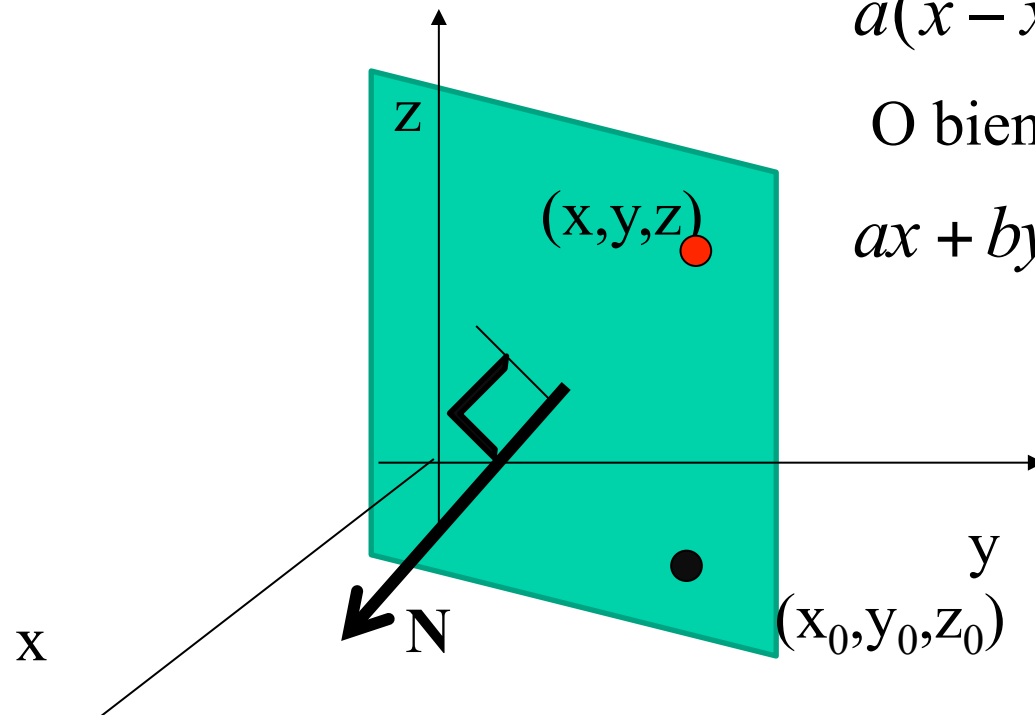
Plano

Ecuación

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

O bien

$$ax + by + cz = d$$



$\mathbf{N} = \langle a, b, c \rangle$ es un vector normal al plano.

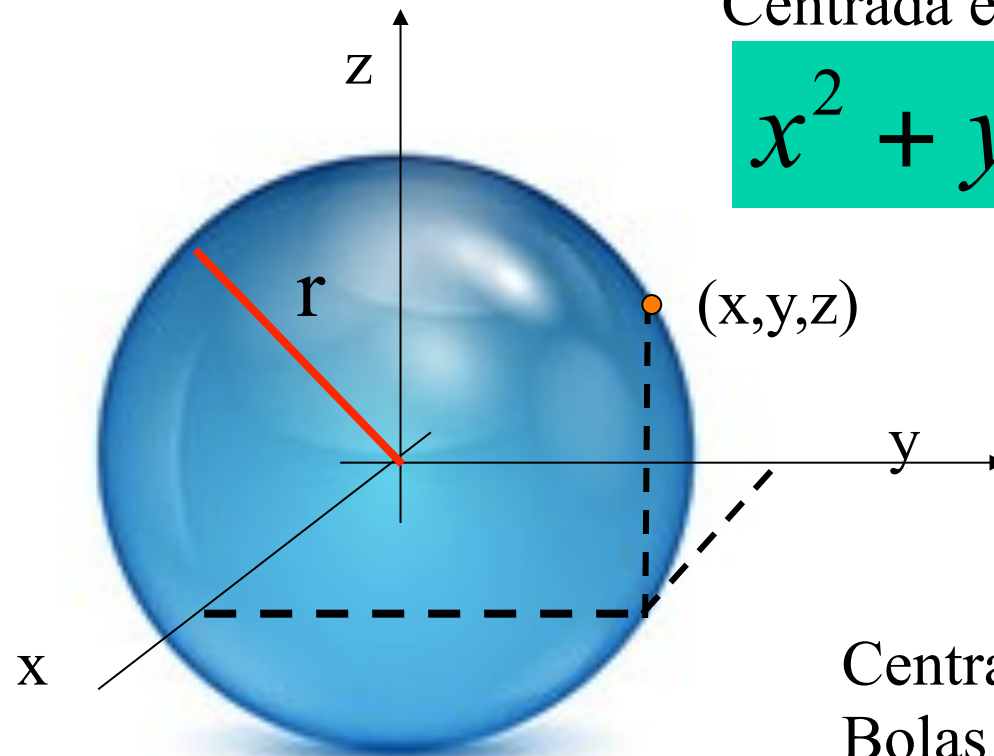
El plano pasa por el punto (x_0, y_0, z_0)

El vector \mathbf{N} determina un conjunto infinito de planos paralelos
Se selecciona uno de los planos especificando d

Esfera

Centrada en el origen

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$



Centrada en otro punto,
Bolas abierta y cerrada
Elipsoide. etc