

Redes Cristalinas

Ciencia de Materiales

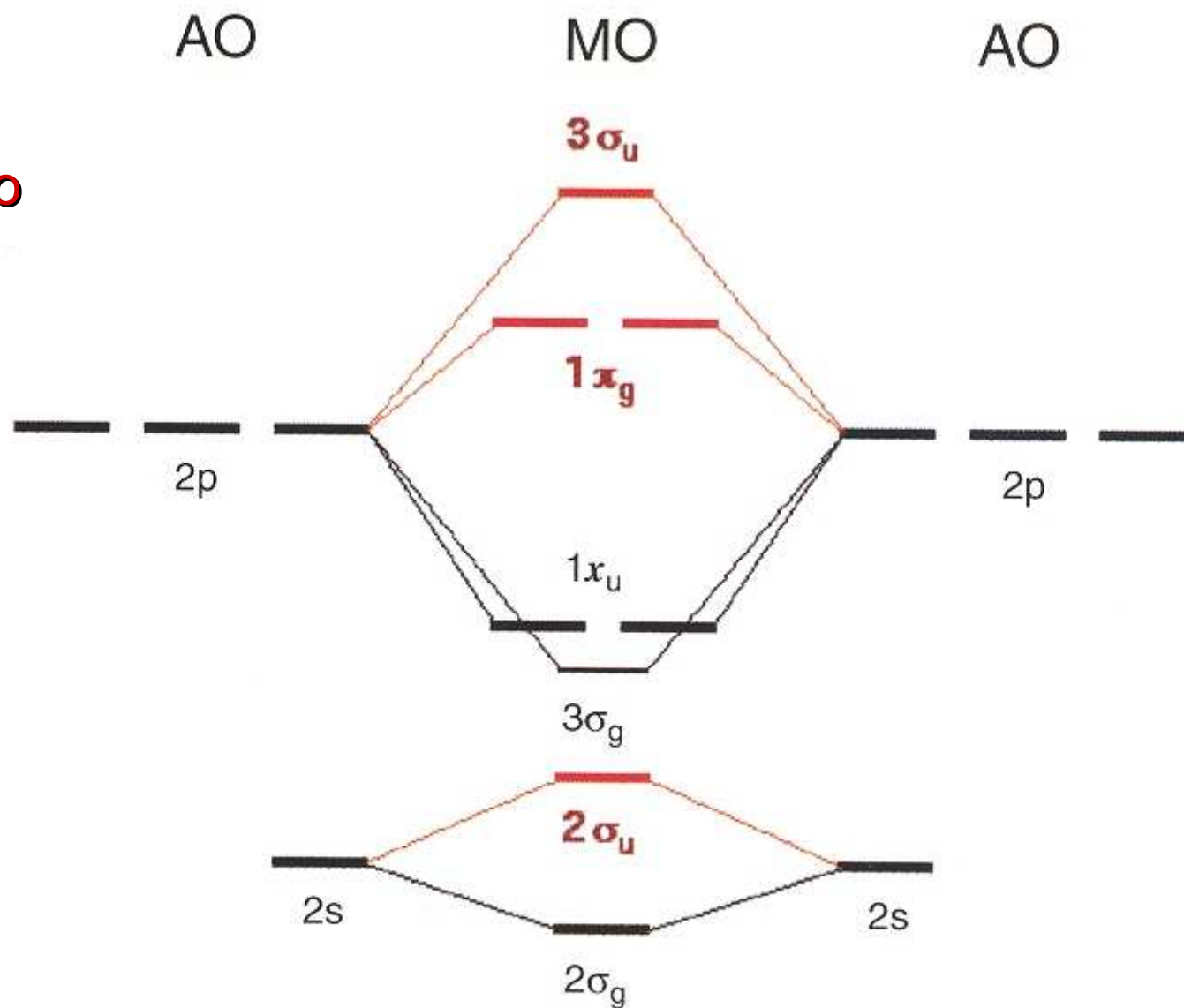
Ing. en Mecatrónica

Otoño 2009

Lilia Meza Montes-IFUAP

Diagrama de correlación de enlaces moleculares

Antienlace : rojo
1s similar a 2s



Sólidos cristalinos y amorfos

- Estructura física: depende de ordenamiento de los átomos, iones, moléculas y de las fuerzas de enlace entre ellos
- Sólido o material **cristalino**: Si un patrón que se repite (orden a largo alcance)
- **Amorfos**: orden a corto alcance, sólo en la vecindad de la molécula
- **Cuasicristales**: ordenado y no periódico

Cristales

- Idealización
- Red espacial: ordenamiento tridimensional infinito
- Cada punto tiene un entorno idéntico (cubic unit²)
- Una **celda unitaria** (mínimo volumen) repetitiva
- La red se describe especificando posición de los átomos en la celda.
- **Motivo o base**: Grupo de átomos asociados al punto
- **Estructura cristalina = red + base**

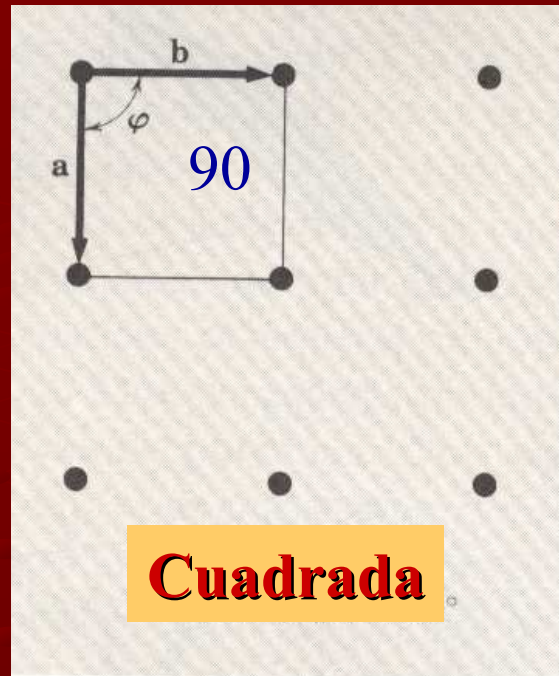
Celda

- **Unitaria:** celda de mínimo volumen con la cual se reproduce el cristal, contiene un átomo
- **Convencional:** celda de alta simetría con la cual se reproduce el cristal.
- **Base:** átomos asociados a un punto de la red de Bravais
- **Vectores de traslación:** vectores con que se traslada la celda para reproducir el cristal (primitivos: los más pequeños)

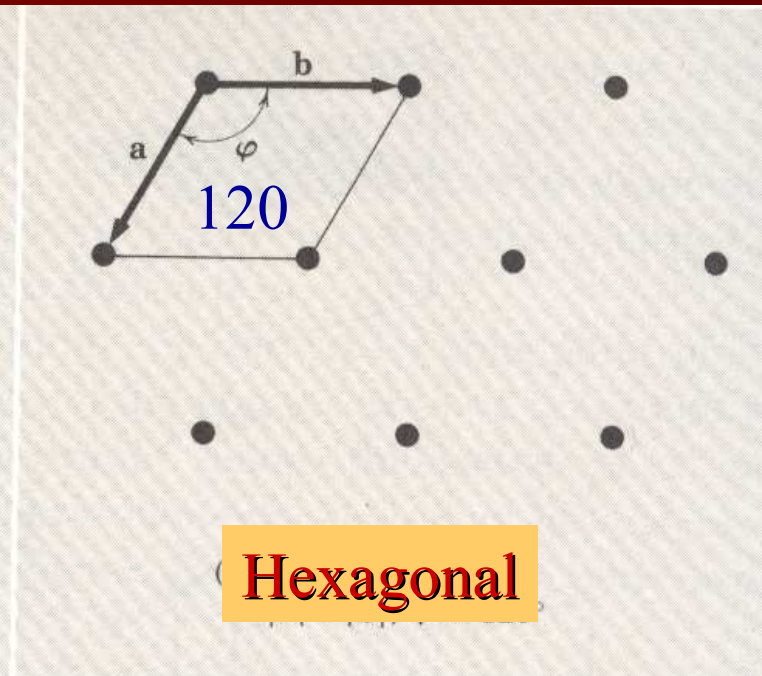
Sistemas cristalinos y Redes de Bravais

- Diferentes tipos de celdas unitarias
- Sólo se necesitan **SIETE** tipos de celdas (siete sistemas cristalinos)
- Bravais: **Catorce celdas unitarias** → todas las posibles redes
- Cuatro tipos básicos de celdas: simple, centrada en el cuerpo, centrada en las caras y centrada en las bases.

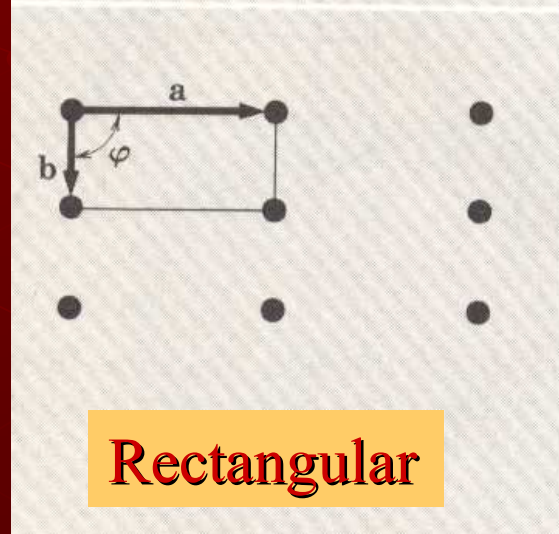
Redes 2 D



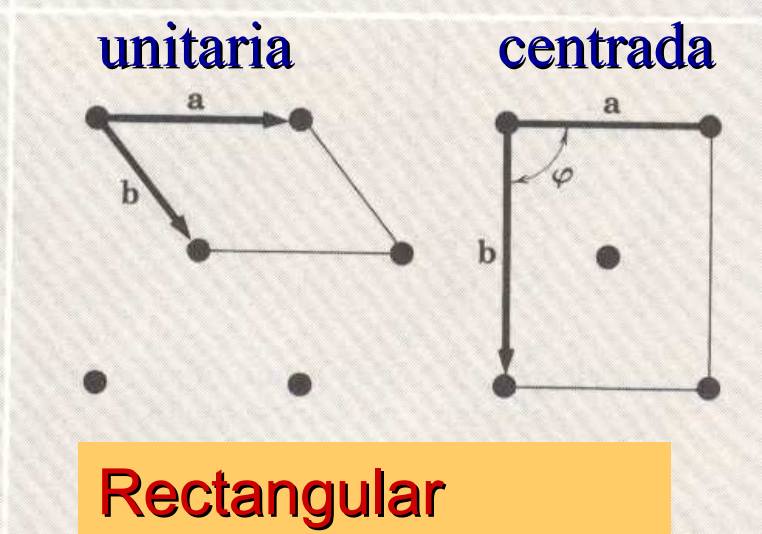
Cuadrada



Hexagonal



Rectangular



unitaria

centrada

**Rectangular
centrada**

Redes de Bravais

Un arreglo infinito de puntos con un arreglo y orientación que parecen los mismos, vistos desde cualquier punto del arreglo.

Todos los puntos con vectores de posición de la forma

$$\vec{R} = n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{a}_2 + n_3\vec{a}_3$$

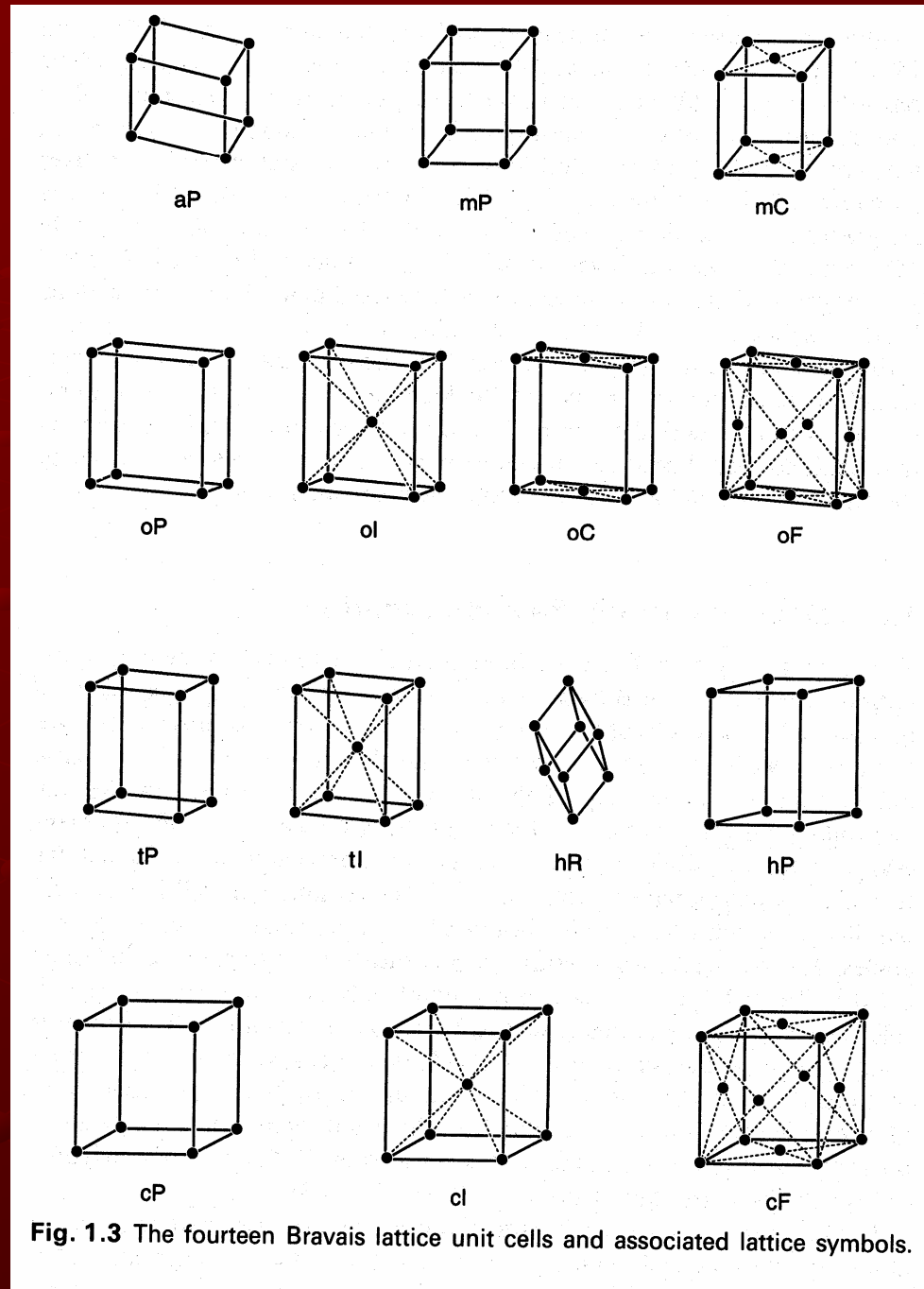
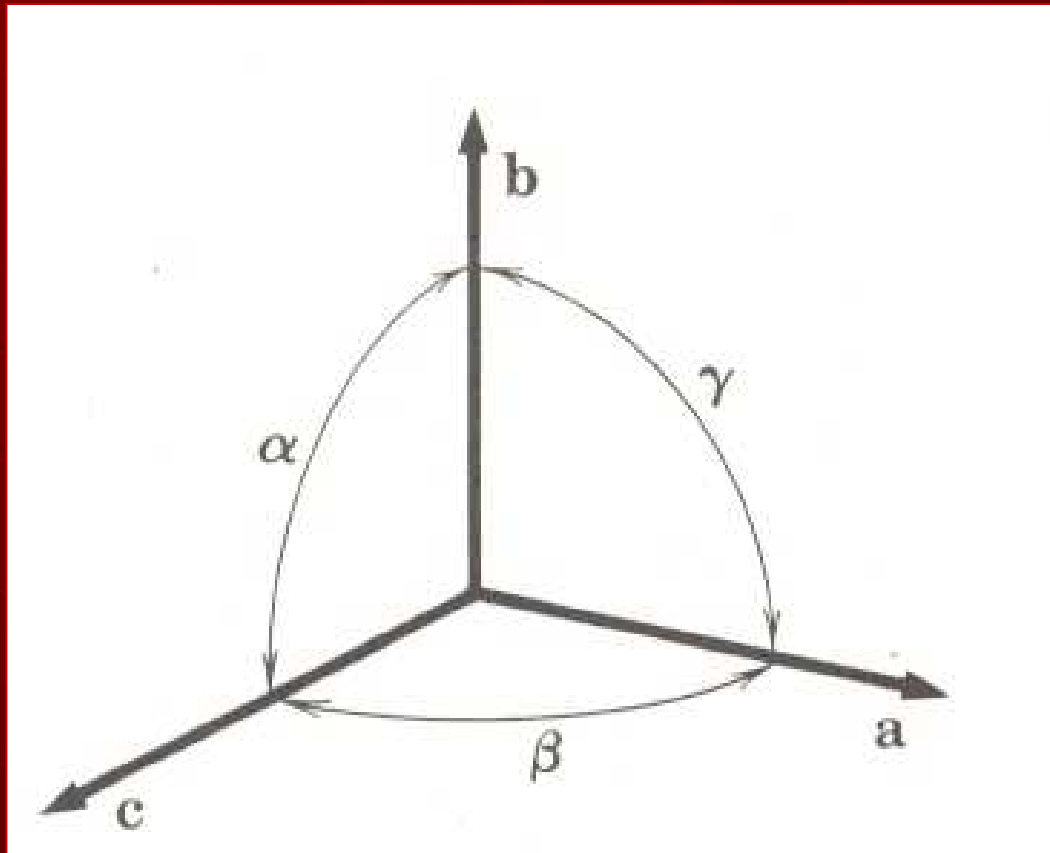


Fig. 1.3 The fourteen Bravais lattice unit cells and associated lattice symbols.

Ejes cristalinos y ángulos

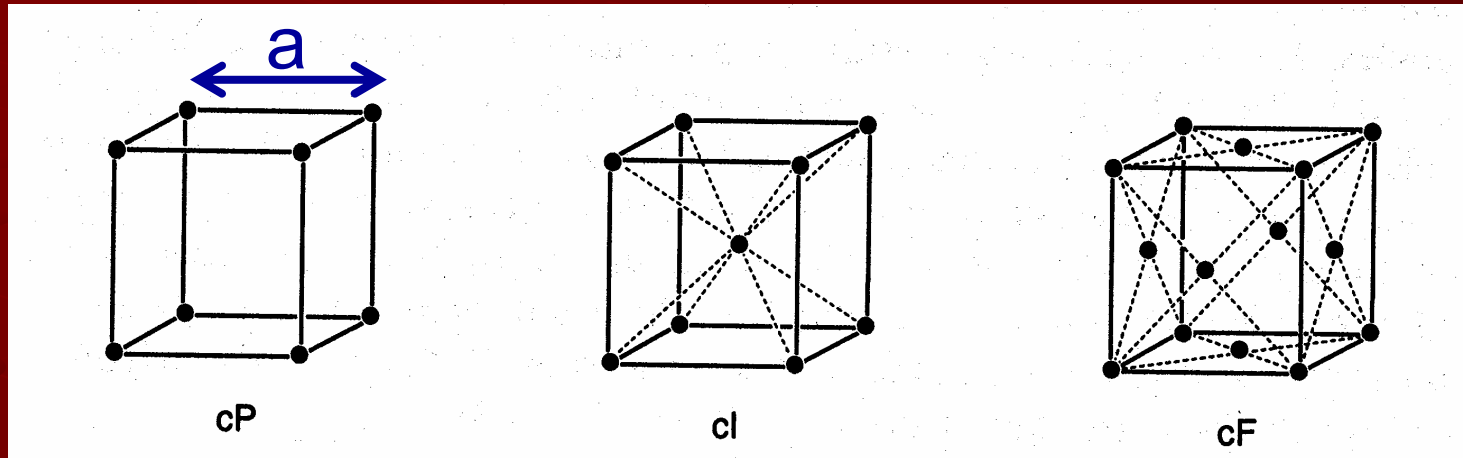


3 D

1. Sistema cúbico: tres redes

Nombre	Símbolo de la red	Restricciones en ejes y ángulos
simple	P o sc	$a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Centrada en el cuerpo	I o bcc	$a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Centrado en las caras	F o fcc	$a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$

Sistema cúbico



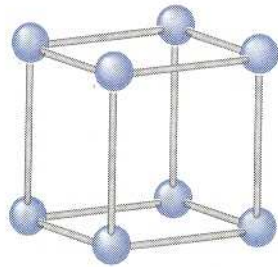
simple

centrada en el cuerpo

centrada en la cara

El cubo indica la **celda convencional**, el lado **a** del cubo es la **constante de la red**

Sistemas cúbicos

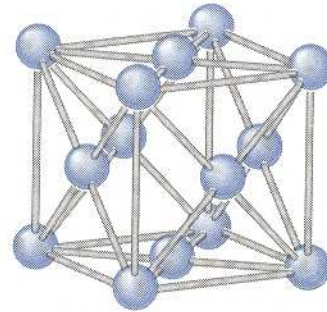


(a)



(b)

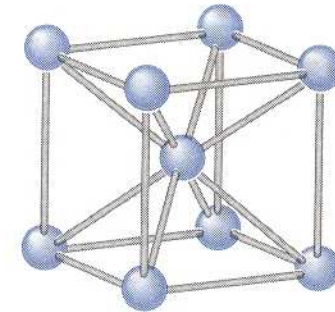
Cúbica simple



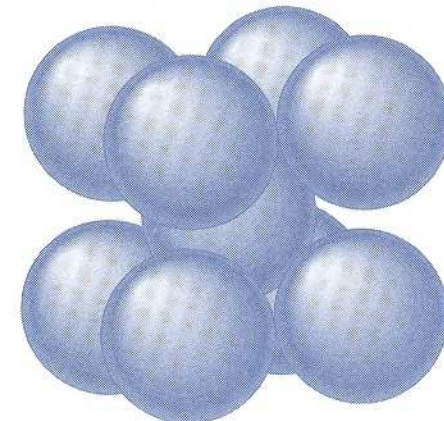
(a)



Cúbica centrada
en la cara



(a)



Cúbica centrada
en el cuerpo

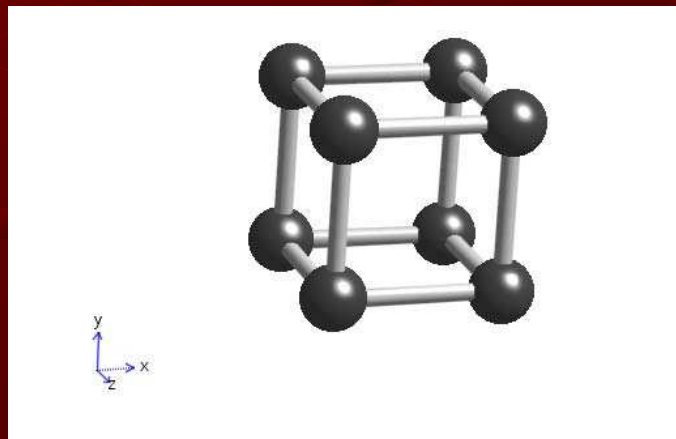
Cúbica simple (sencilla)

- Celda unitaria: un átomo en cada vértice del cubo
- Un átomo por celda unitaria
- Número de coordinación (vecinos más cercanos) = 6
- La más simple

Elementos con sc

A 20°C

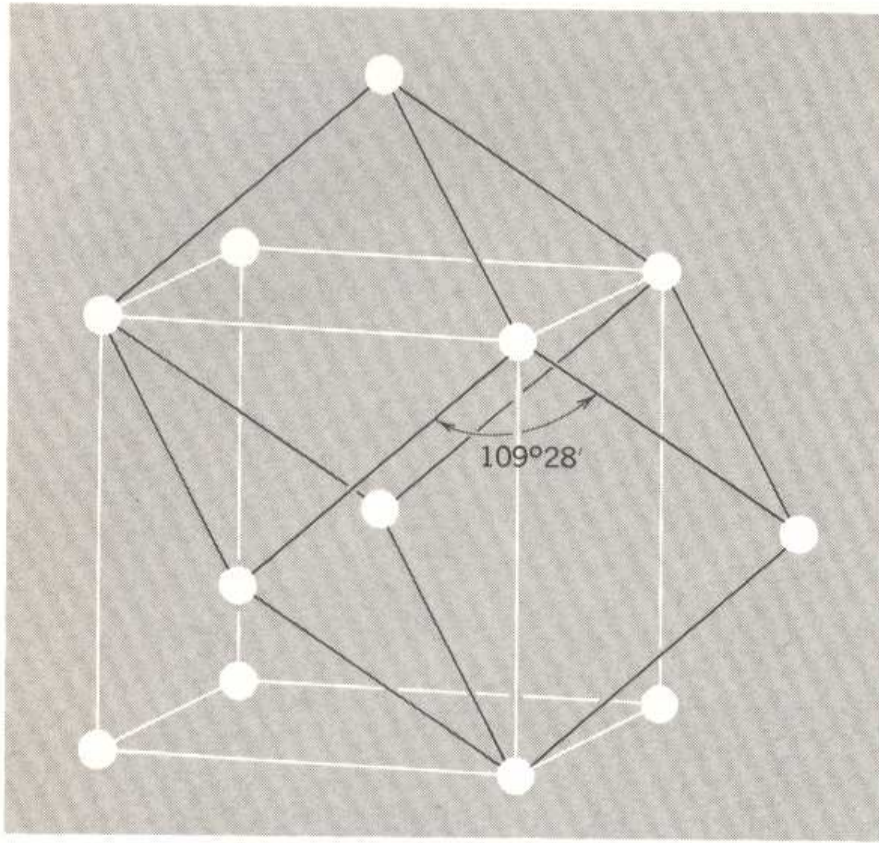
Metal	Constante de red a (nm)	Radio atómico R (nm)
Po	0.289	



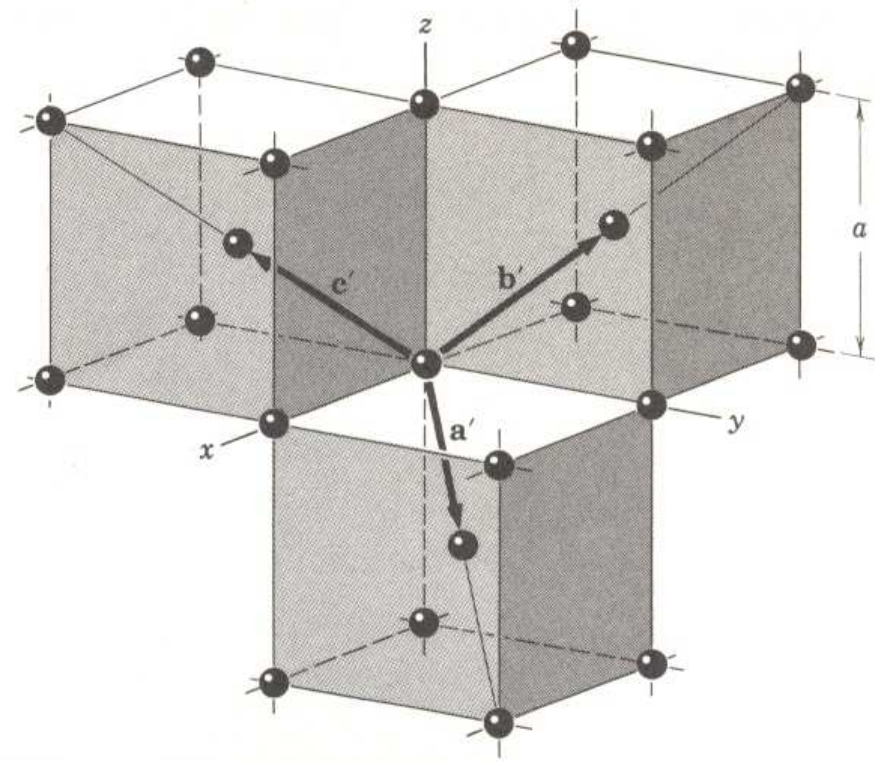
Cúbica centrada en el cuerpo

- Celda unitaria: un átomo en cada vértice y uno en el centro del cubo
- Dos átomos por celda unitaria
- Número de coordinación = 8

Cúbica centrada en el cuerpo (bcc)



Celda primitiva



Vectores primitivos

$$\mathbf{a}' = a(\mathbf{x} + \mathbf{y} - \mathbf{z})/2$$
$$\mathbf{c}' = a(\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{z})/2$$
$$\mathbf{b}' = a(-\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z})/2$$

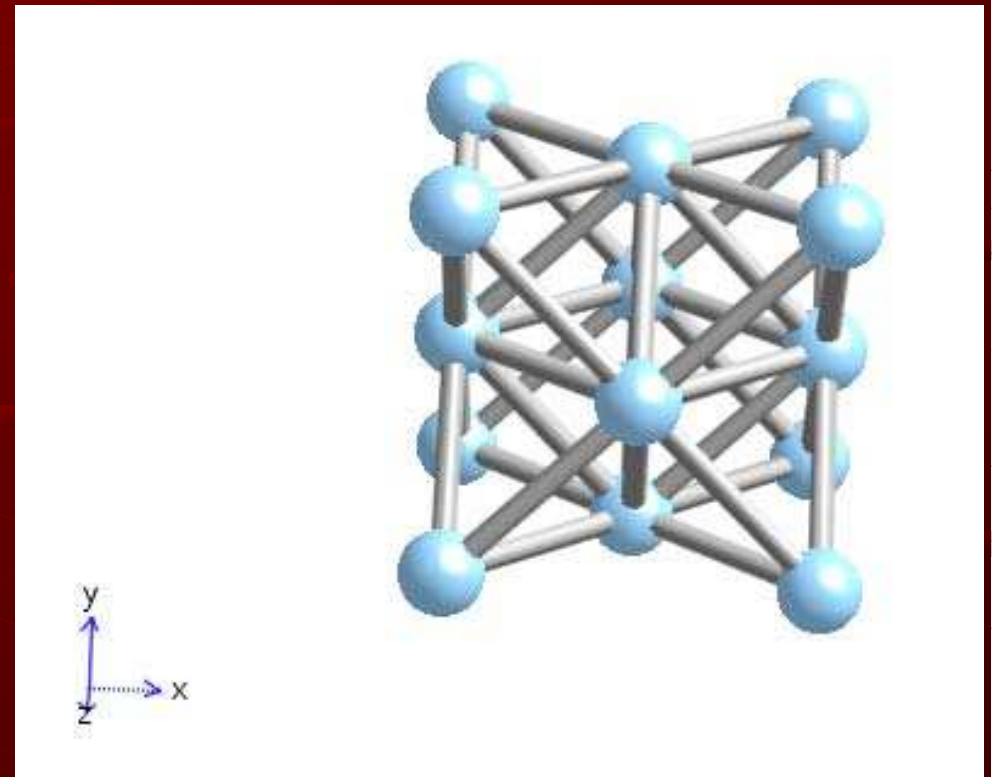
Metales con bcc

A 20°C

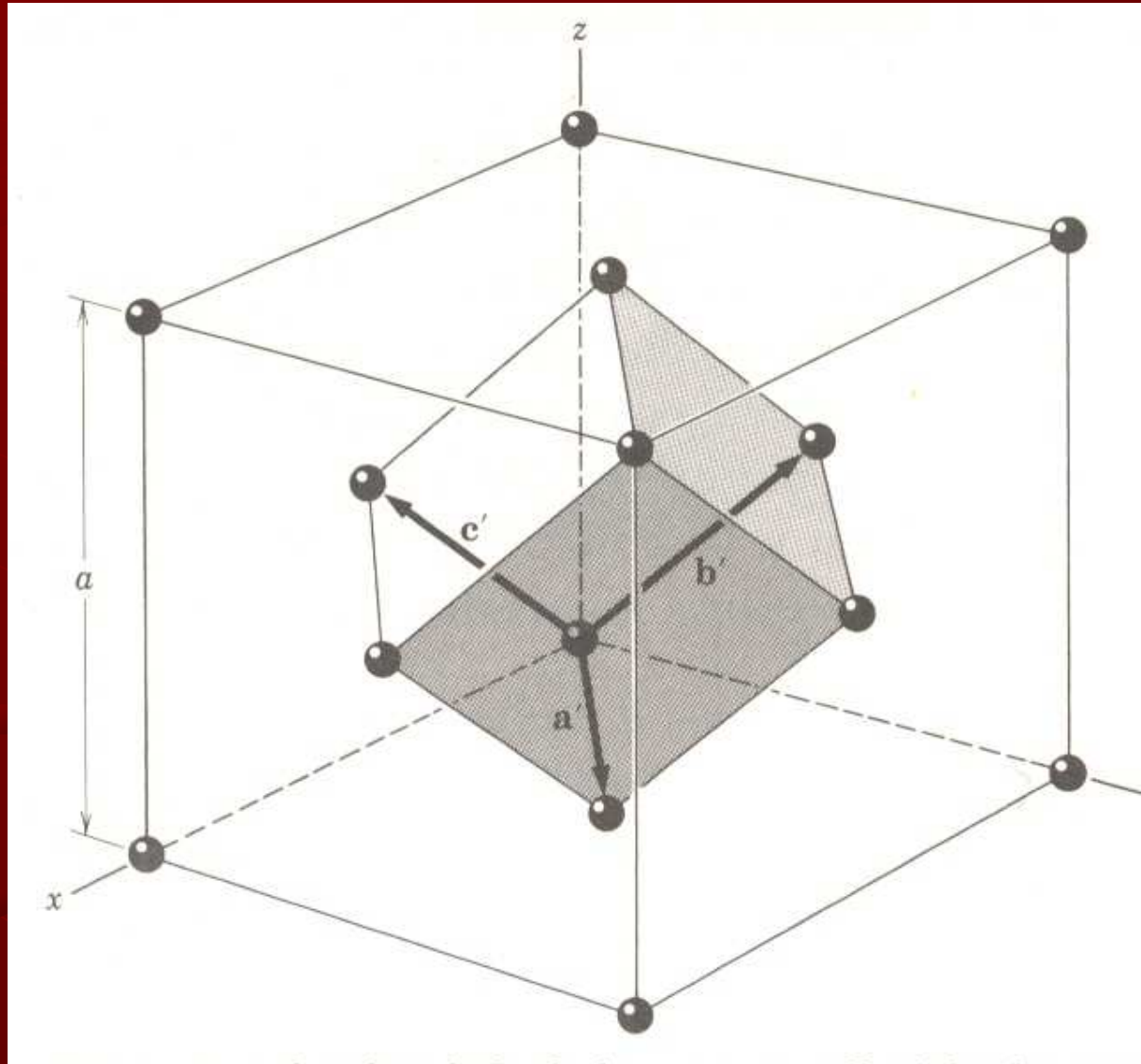
Metal	Constante de red a (nm)	Radio atómico R (nm)
Cr	0.289	0.125
Na	0.429	0.186
K	0.533	0.231
Fe	0.287	0.124

Cúbica centrada en las caras

- Celda convencional: un átomo en cada vértice y uno en cada cara del cubo
- Cuatro átomos por celda unitaria
- Número de coordinación = 12



Cúbica centrada en la cara (fcc)



$$a' = a(x+y)/2$$

$$b' = a(y+z)/2$$

$$c' = a(z+x)/2$$

Metales con fcc

A 20°C

Metal	Constante de red a (nm)	Radio atómico R (nm)
Al	0.405	0.143
Cu	0.3615	0.128
Au	0.408	0.144
Pb	0.495	0.175

Características de redes cúbicas

	simple	bcc	fcc
Volumen celda	a^3	a^3	a^3
Puntos por celda	1	2	4
Puntos por unidad de volumen	$1/a^3$	$2/a^3$	$4/a^3$
Número de vecinos más cercanos	6	8	12
Distancia a vecinos más cercanos	a	$3^{1/2}a/2 = 0.866a$	$a/2^{1/2} = 0.707a$

Factor de empaquetamiento atómico

Fracción de empaquetamiento (APF) : máxima proporción del volumen disponible que puede ser llenado con esferas duras

$$APF = \frac{\text{Volumen de los átomos en la celda unitaria}}{\text{Volumen de la celda}}$$

	Simple	bcc	fcc
APF	$\pi/6$ =0.524	$3^{1/2}\pi/8$ =0.680	$2^{1/2}\pi/6$ =0.740

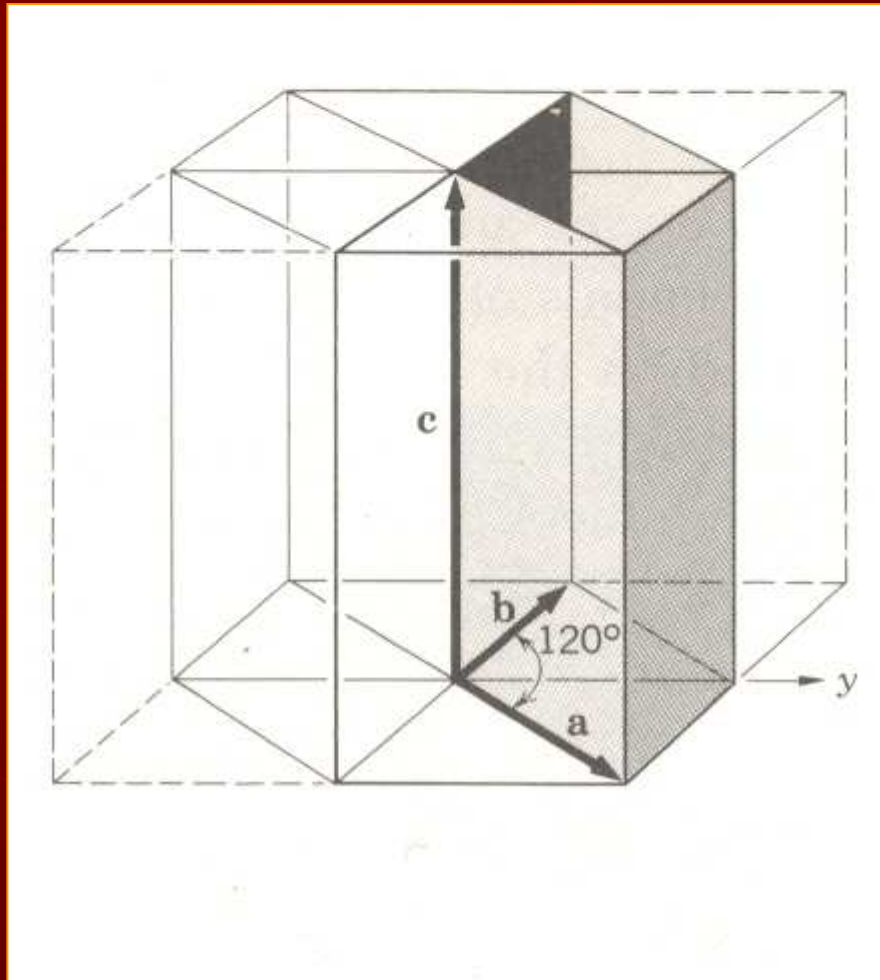
Ejemplo bcc :

Cuántas celdas hay en un cm^3 de hierro ($a=0.287 \times 10^{-9}\text{m}$
 $=0.287\text{nm}$)?

2. Sistema hexagonal: una red

Nombre	Símbolo de la red	Restricciones en ejes y ángulos
Hexagonal	P	$a=b \neq c$ $\alpha=\beta=90^\circ$ $\Gamma=120^\circ$

Sistema hexagonal



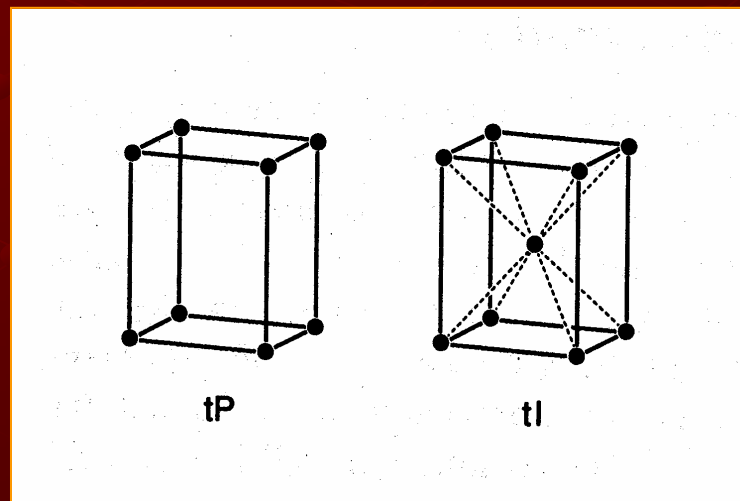
Celda primitiva

$$a=b$$

En realidad, cristalizan en HCP (hexagonal compacta)

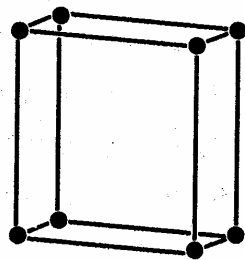
3. Sistema Tetragonal: dos redes

Nombre	Símbolo de la red	Restricciones en ejes y ángulos
Tetragonal simple	tP	$a=b \neq c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Tetragonal centrado en las caras	tI	$a=b \neq c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$

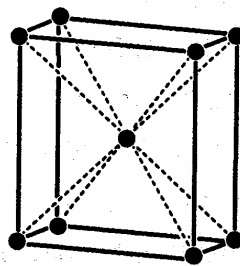


4. Sistema Ortorrómbico: cuatro redes

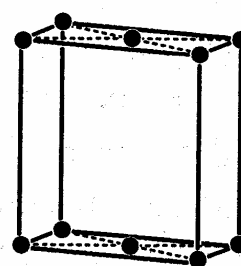
Nombre	Símbolo de la red	Restricciones en ejes y ángulos
Simple (sencillo)	oP	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Centrado en el cuerpo	oI	
Centrado en las bases	oC	
Centrado en las caras	oF	



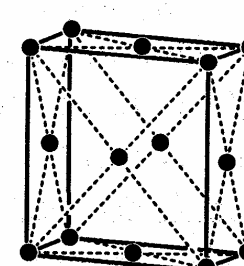
oP



oI



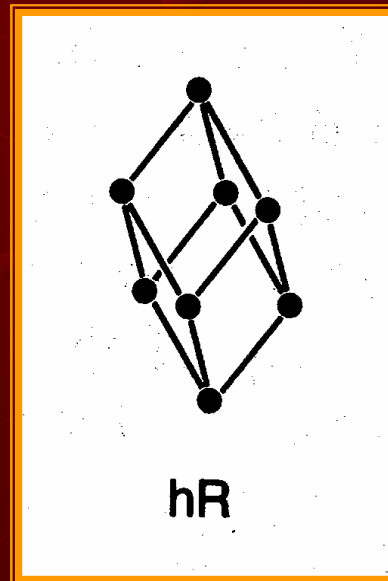
oC



oF

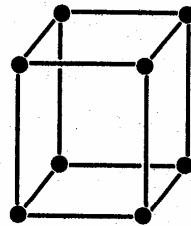
5. Sistema Rombohédrico (Trigonal): una red

Nombre	Símbolo de la red	Restricciones en ejes y ángulos
simple	hR	$a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma < 120^\circ \neq 90^\circ$

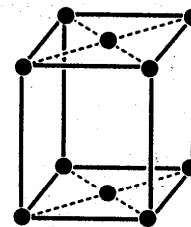


6. Sistema Monoclínico: dos redes

Nombre	Símbolo de la red	Restricciones en ejes y ángulos
simple	mP	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$
Centrado en las bases	mC	



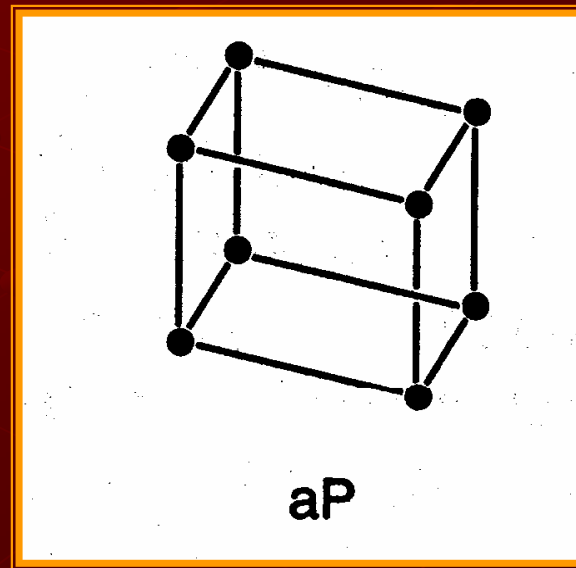
mP



mC

7. Sistema Triclínico: una red

Nombre	Símbolo de la red	Restricciones en ejes y ángulos
simple	aP	$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$



Estructura usual de los elementos

- Hexagonal 31
- BCC 15
- FCC 18
- Sc 1
- Monoclínico 2 (F, Pu)
- Ortorrómbico 7 (Ga, S, Cl, I, U, Np)
- Tetragonal 3 (B, In, Pa)
- Rombohédrico 5 (Hg, As, Sb, Bi, Sm)
- Diamante C, Si, Ge

Estructura usual de los elementos

- Hexagonal 31
- BCC 15
- FCC 18
- Sc 1
- Monoclínico 2 (F, Pu)
- Ortorrómbico 7 (Ga, S, Cl, I, U, Np)
- Tetragonal 3 (B, In, Pa)
- Rombohédrico 5 (Hg, As, Sb, Bi, Sm)
- Diamante C, Si, Ge

Planos cristalinos

Indices de Miller

Superficies

Puntos y direcciones en la red

Posiciones atómicas

Vectores

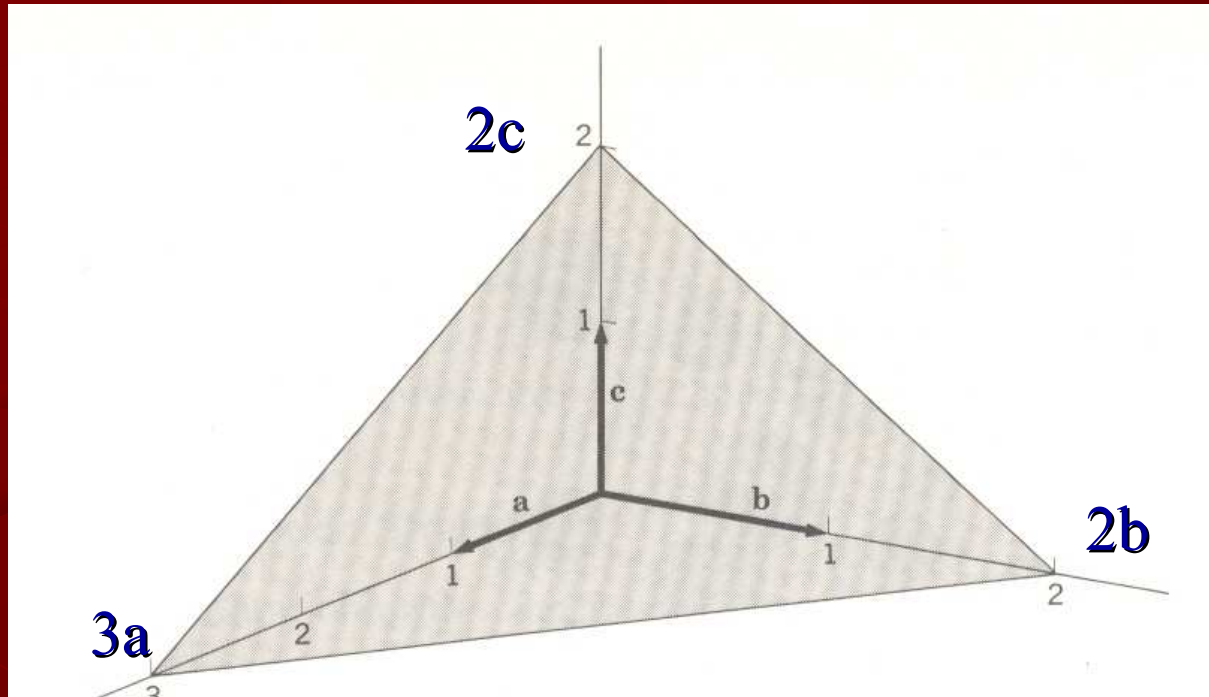
Posiciones

- Ejes cartesianos
- En unidades de la red
- (n,m,l)
- Ejemplo: posiciones del sistema cúbico
- Solo los átomos por celda
- BCC : $(0,0,0), (1/2,1/2,1/2)$

Direcciones

- Ejes cartesianos
- En unidades de la red
- [nml]
- Ejemplo: posiciones del sistema cúbico
- Todas las direcciones equivalentes $\langle nml \rangle$

Planos Cristalinos: índices de Miller



Intersecciones del plano

Con ejes:

$3a, 2b, 2c$

Recíprocos:

$1/3, 1/2, 1/2$

Enteros más pequeños

Con la misma razón

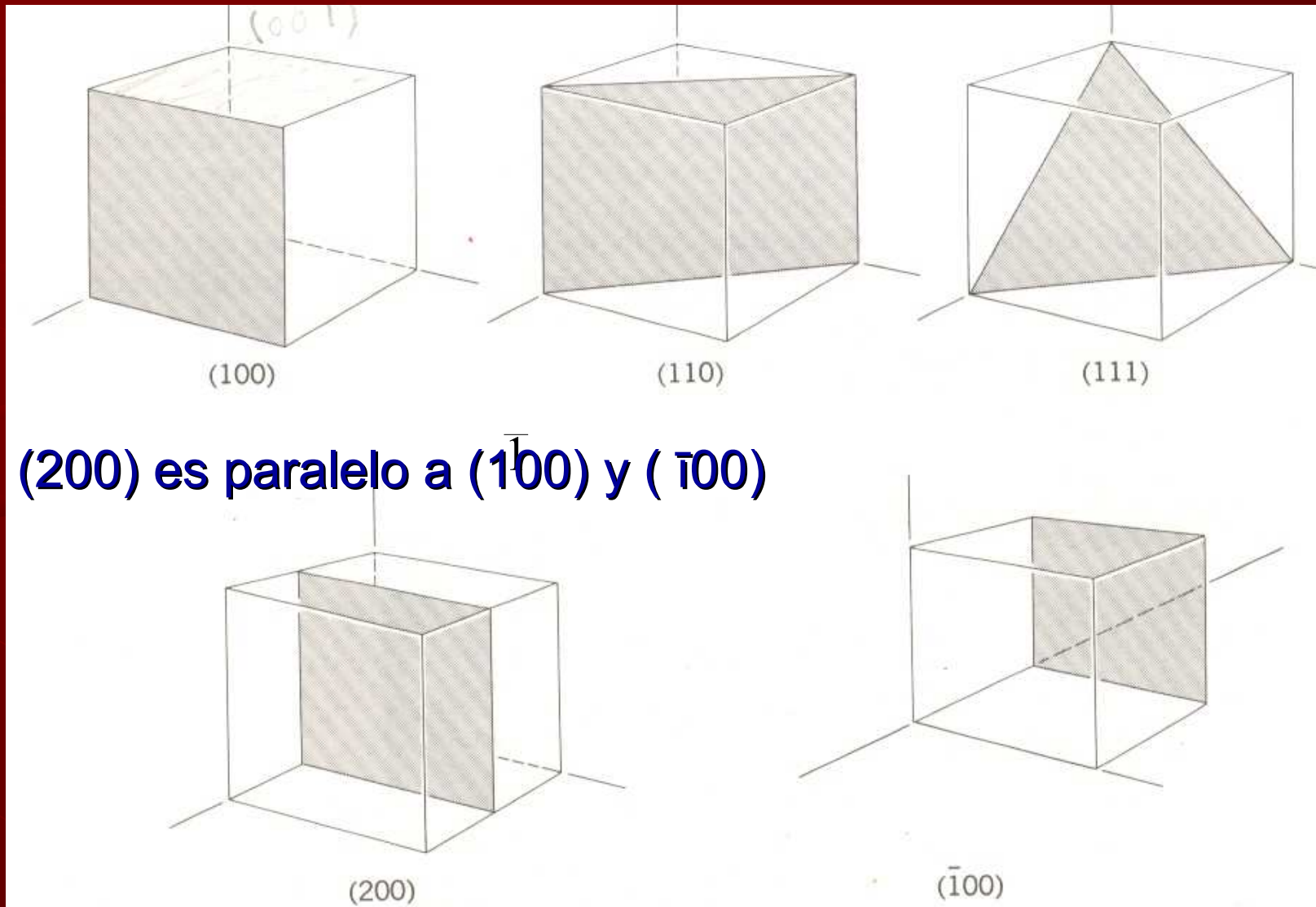
(multiplicar por 6)

$233 \rightarrow$ índices del plano

(233)

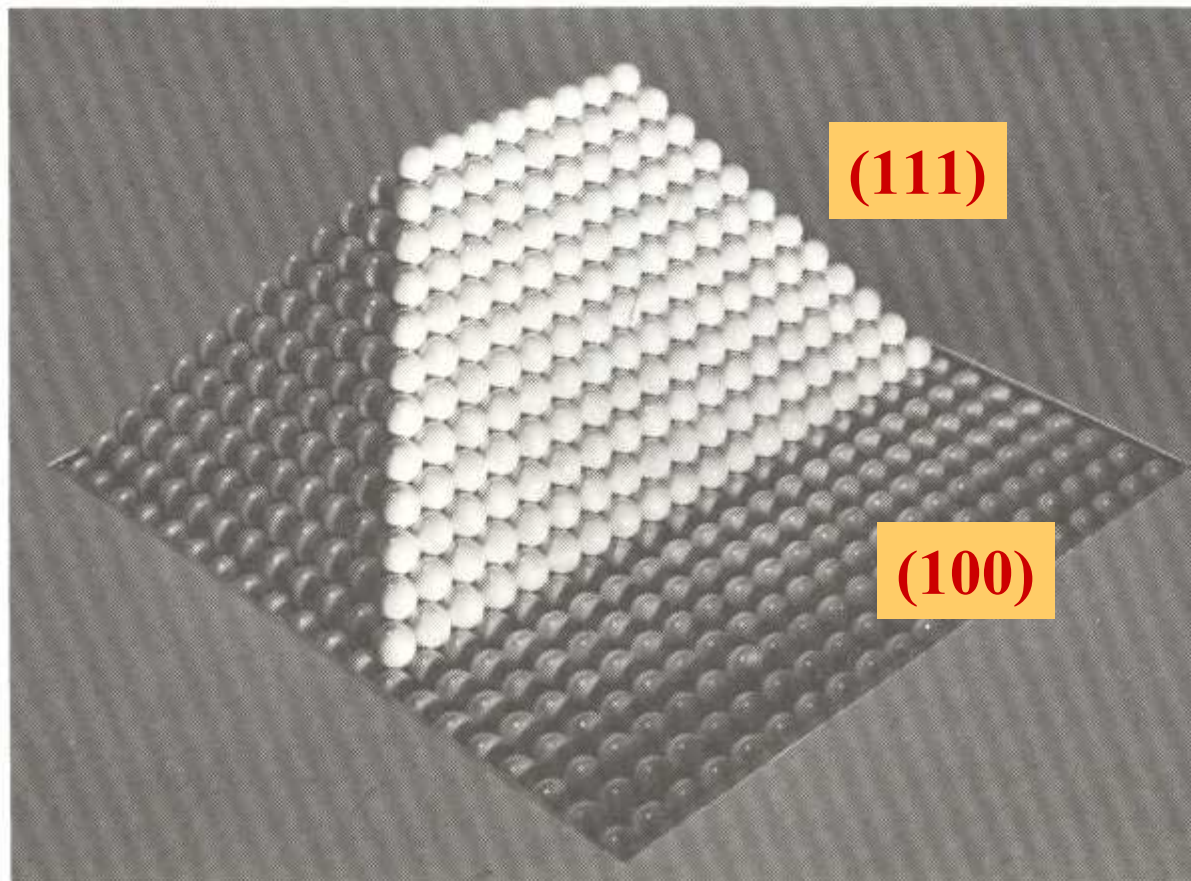
Número infinito de planos con estos índices: familia [233]

Ejemplos: red cúbica

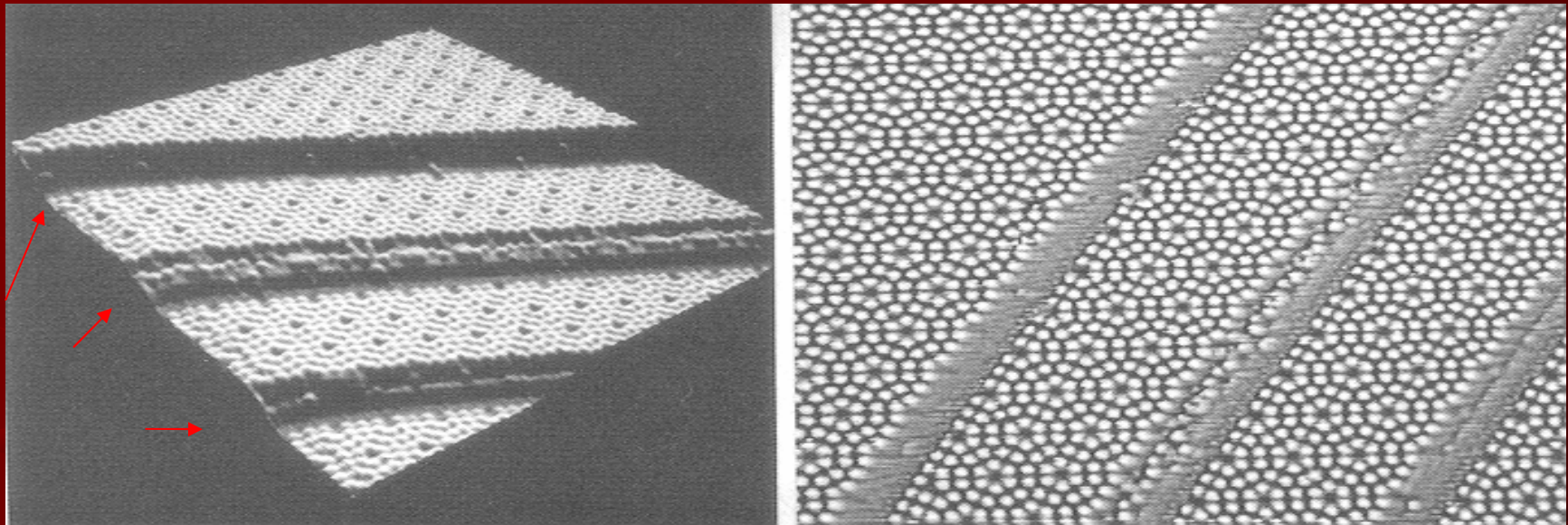


(200) es paralelo a (100) y $(\bar{1}00)$

Ejemplos: fcc



Superficie de Si 110(7x7)



Terrazas

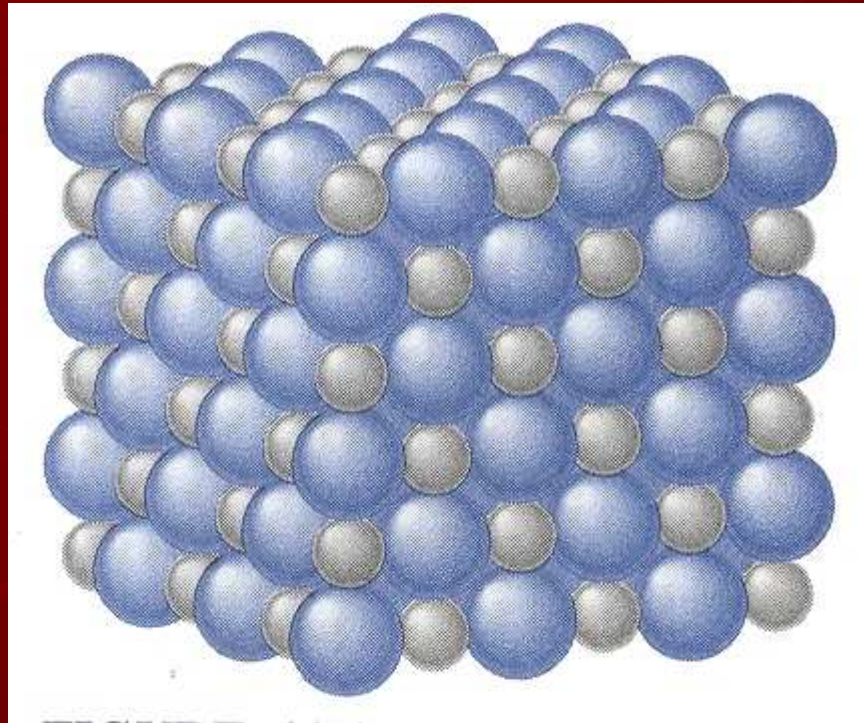
Vista frontal

Otras estructuras cúbicas

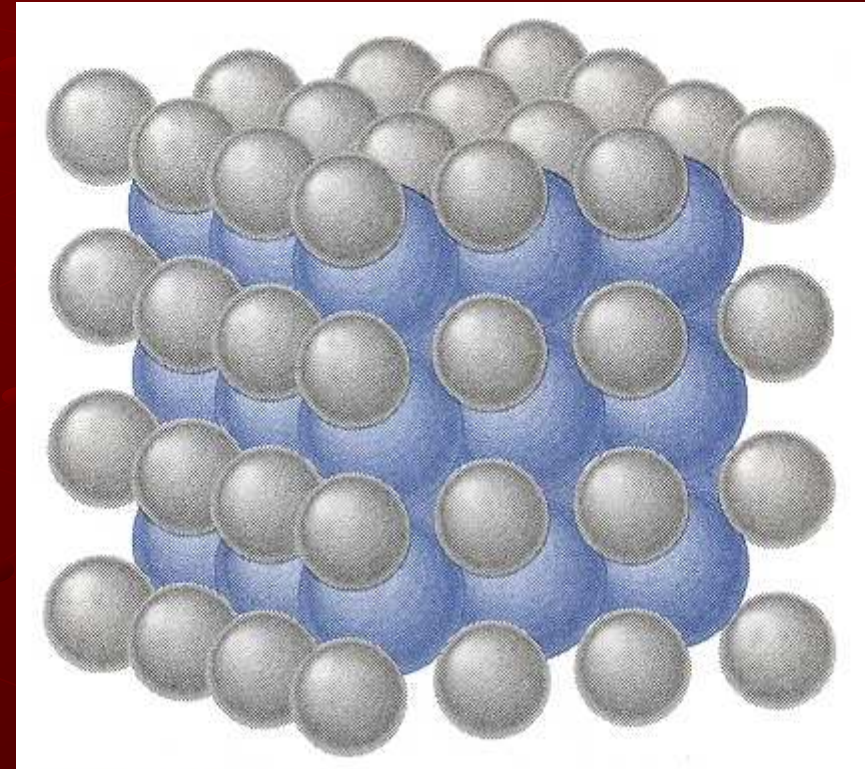
NaCl

CsCl

NaCl y CsCl



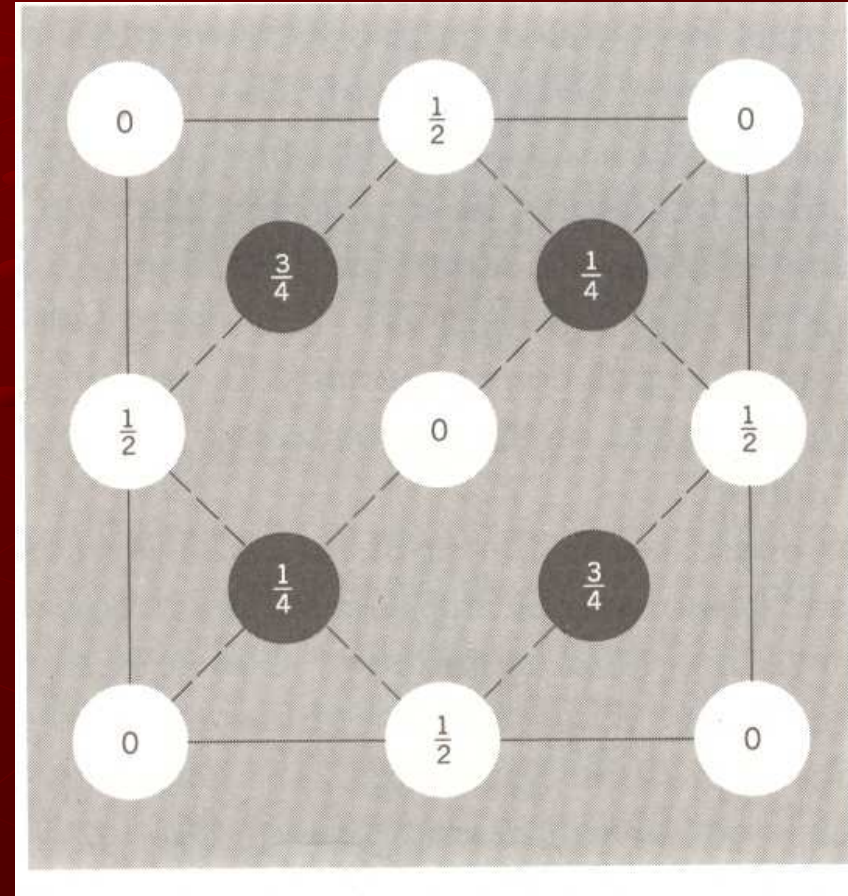
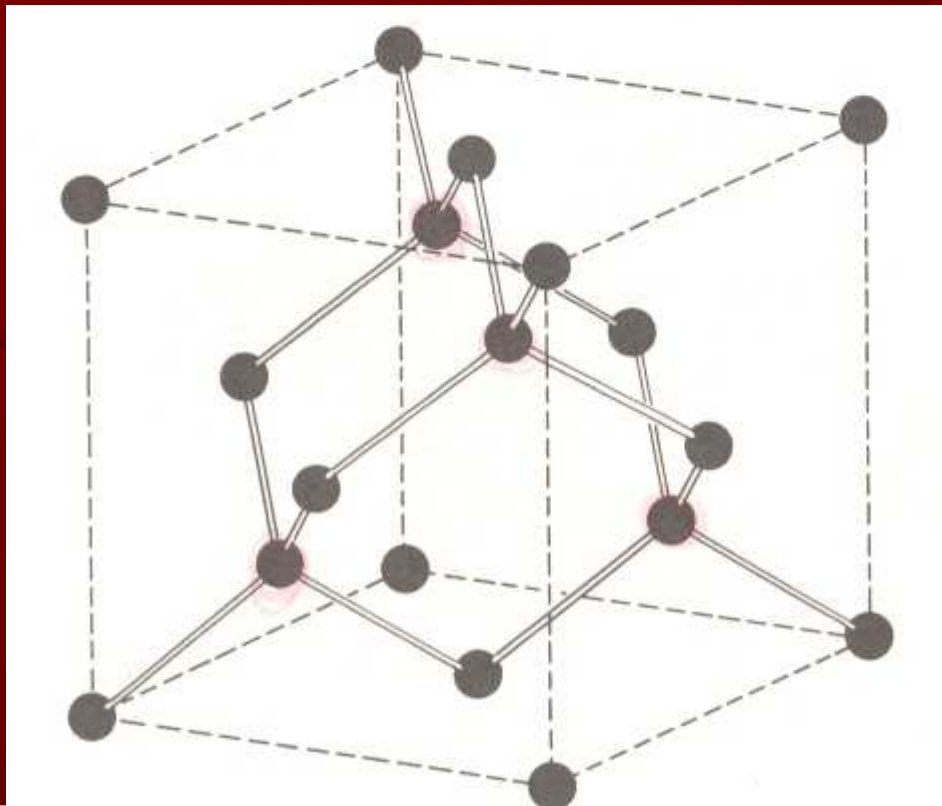
Fcc, Base
Na: pequeñas
Cl: grandes



Cúbica simple,
base
Cl: pequeñas
Cs: grandes

Diamante

- Fcc con dos átomos
- $(0,0,0)$; $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$



● Diamante

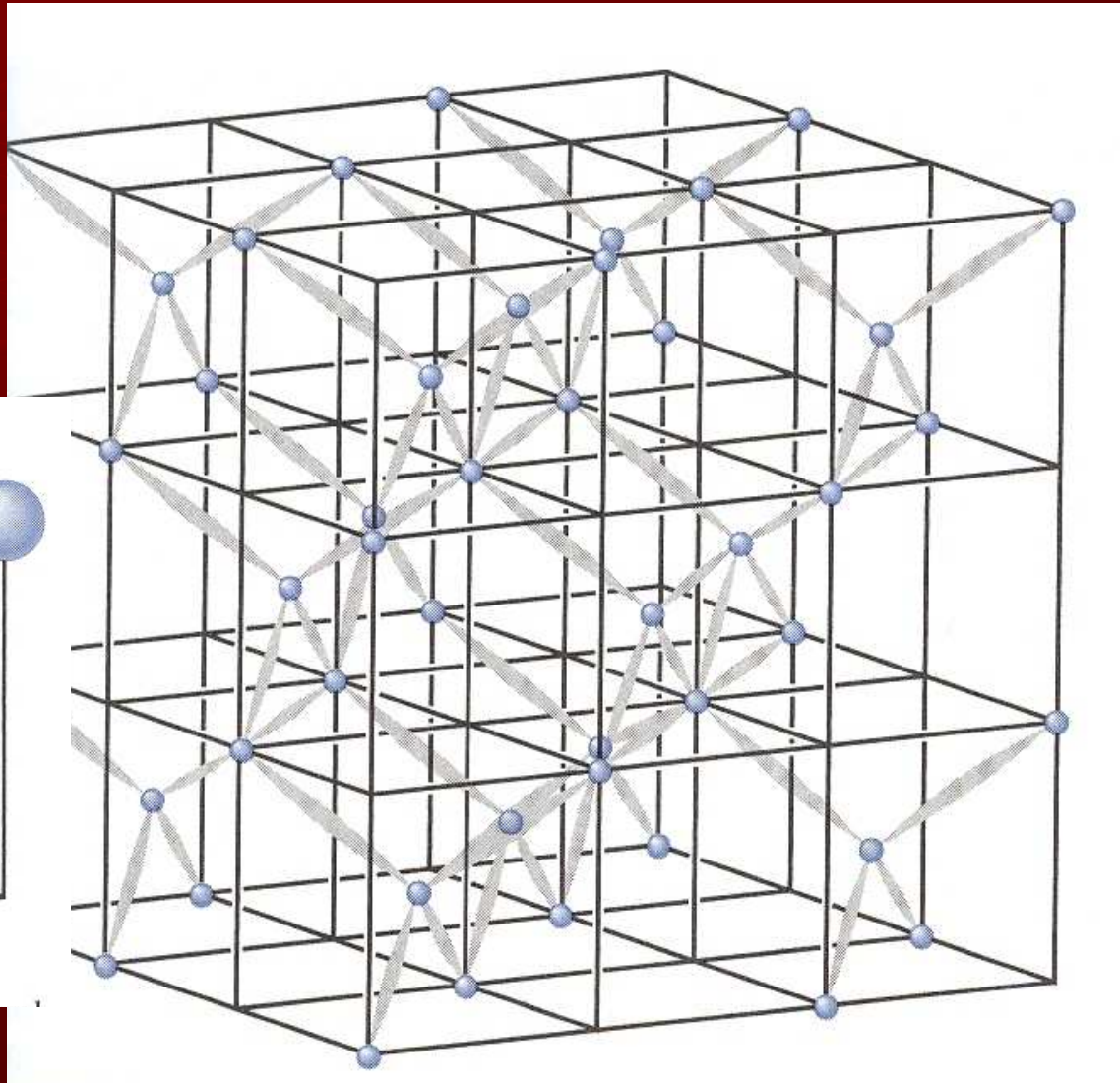
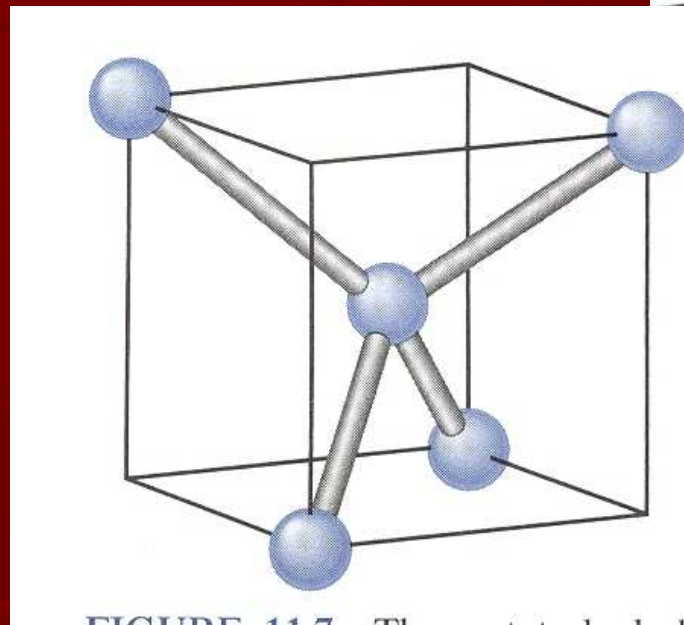


FIGURE 11.7 The diamond crystal structure.

Materiales amorfos

- Carecen de ordenamiento estructural de largo alcance
- En general, hay tendencia al estado más estable (menor energía, cristalino)
- **Amorfos**: polímeros, vidrios y algunos metales
- **Polímeros**: enlaces cadenas moleculares largas y torcidas. Semicristalinos (polietileno) ordenamiento a mayor distancia.
- **Vidrio**: sílice (SiO_2) cerámico, tetraedros SiO_4^{4-}
- Algunos metales: bloques móviles pequeños, difícil de fundir → **vidrios metálicos** (Fe-Si-B con alto porcentaje de Si y B) **solidificación rápida** (10^8°C/s), mayor resistencia que cristalinos, mejores características de corrosión y propiedades magnéticas.
- No tienen patrones definidos de difracción.

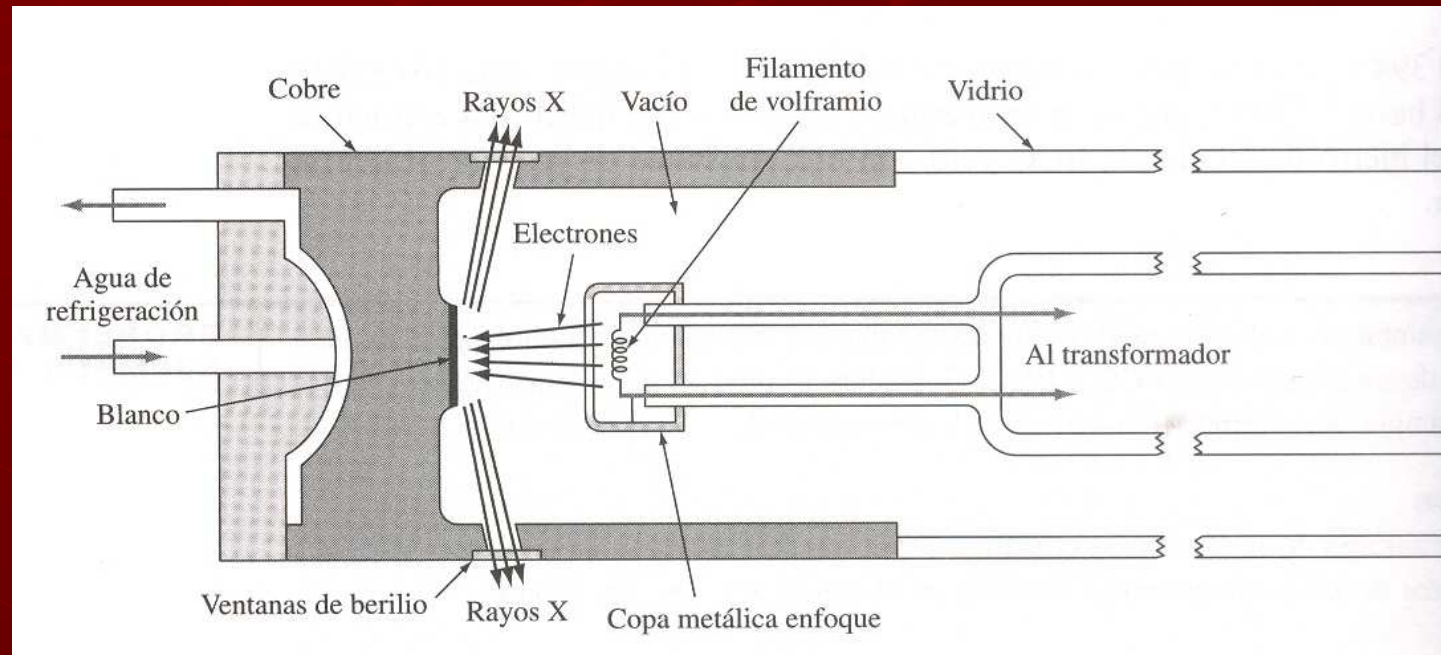
Caracterizacion estructural

Difraccion de rayos X

Microscopia electronica

Generación de rayos X

Radiación electromagnética con longitudes de onda de **0.05 a 0.25 nm**.

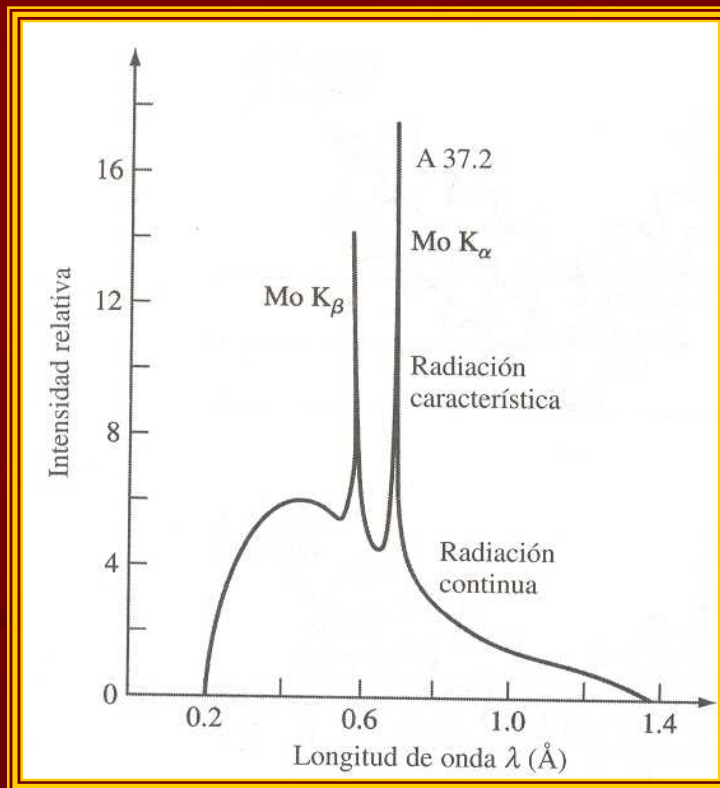


Se aplica un voltaje de 35 kV entre cátodo y ánodo metálicos, el filamento se calienta liberando electrones por emisión termoiónica los cuales se aceleran con el voltaje aplicado.

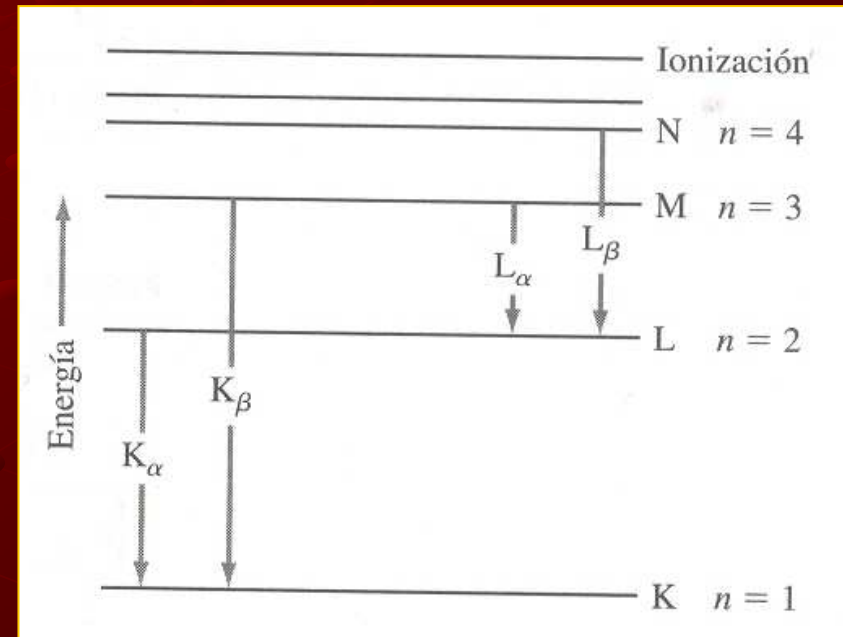
Cuando golpean al blanco (Mo) se emiten rayos X.

Emisión de rayos X por Mo

Espectro obtenido para 35 kV



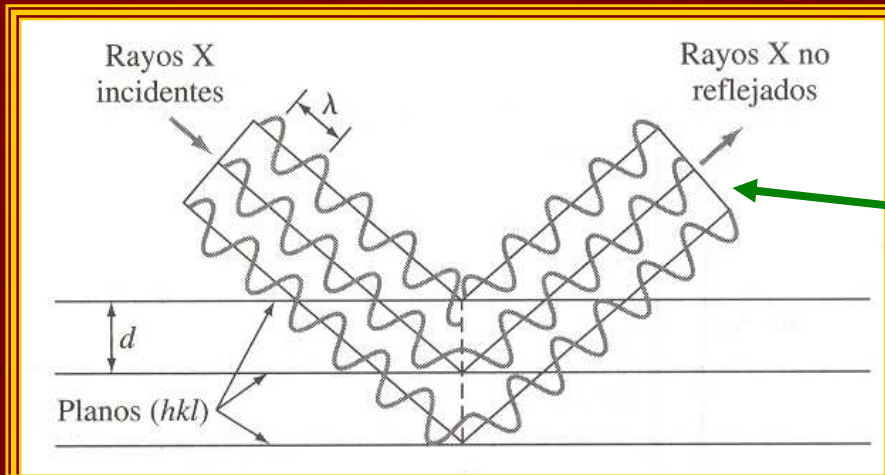
Transiciones entre niveles de energía



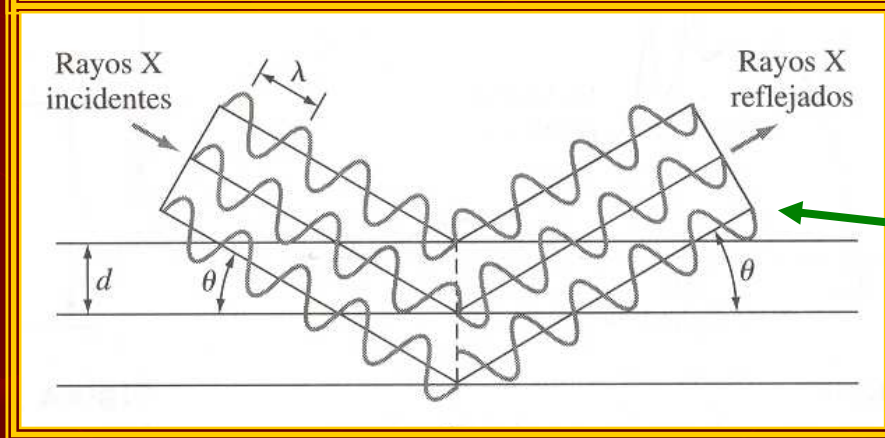
Electrones al incidir en el blanco colisionan con electrones de átomos, éstos son promovidos (excitados) a niveles más altos. Electrones de niveles más altos cubren estados vacíos emitiendo energía (fotones).

Difracción de rayos X

Longitud de onda del orden de la separación entre planos cristalinos

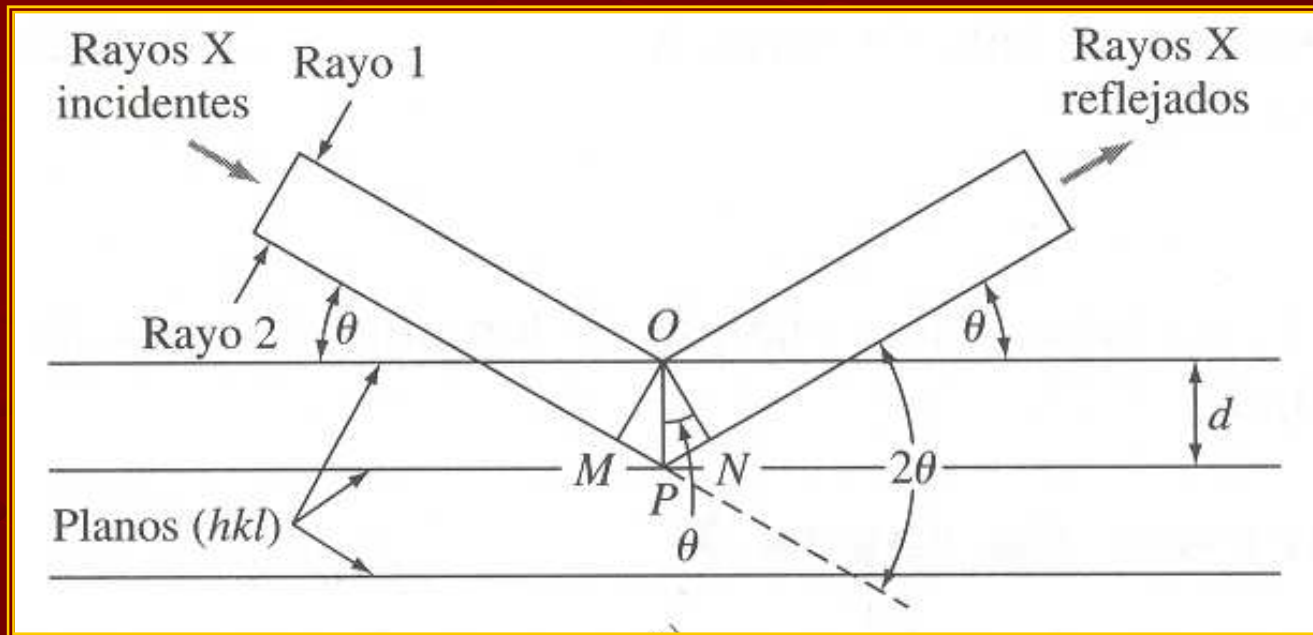


No están en fase, el haz no se refuerza.
Hay cancelación de las ondas
(interferencia destructiva)



Están en fase, el haz se refuerza.
Hay suma de las ondas
(interferencia constructiva)

Ley de Bragg



Para que estén en fase, la distancia adicional recorrida por el rayo 2 debe ser múltiplo de longitud de onda λ

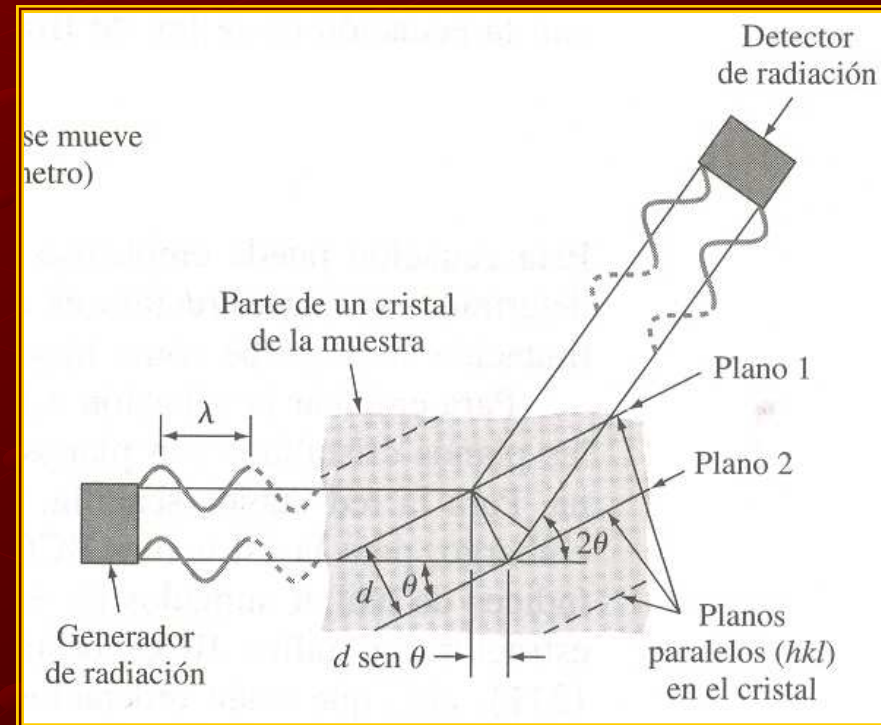
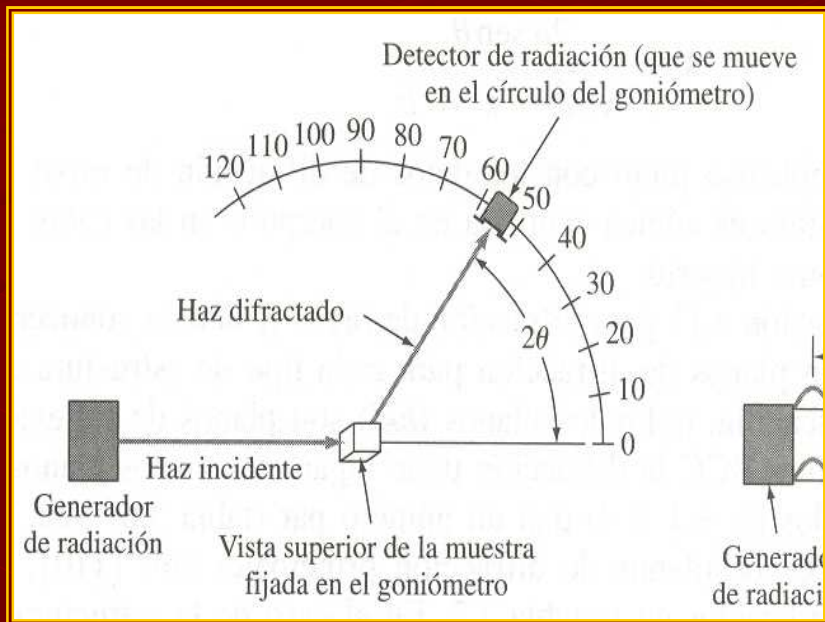
$$n\lambda = MP + PN$$

$$MP = NP = d \operatorname{sen} \theta \Rightarrow$$

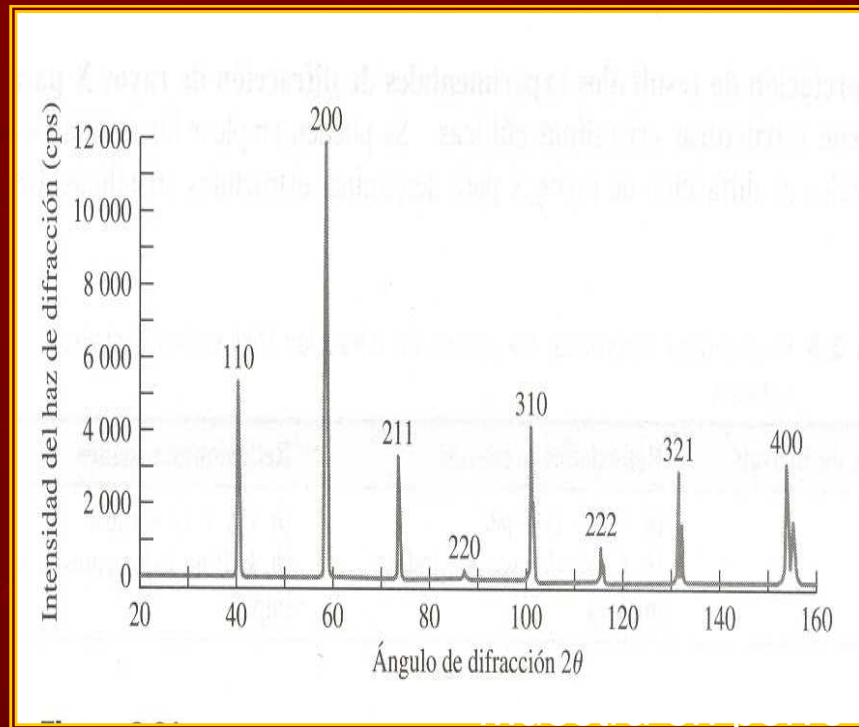
$$n\lambda = 2d \operatorname{sen} \theta$$

Ley de Bragg

Mediciones



Difractograma



$$\sin^2 \theta = \frac{\lambda^2 (h^2 + k^2 + l^2)}{4a^2}$$

de W con radiación de Cu

Reglas para redes cúbicas

Red de Bravais	Reflexiones presentes
BCC	$h+j+l=\text{par}$
FCC	(h, k, l) todos impares o todos pares

Para una misma muestra, dos mediciones a ángulos diferentes

Red de Bravais	$\text{sen}^2 \theta_A / \text{sen}^2 \theta_B$
BCC	0.5
FCC	0.75

Bibliografía

- Fundamentos de la ciencia e ingeniería de materiales, W.F. Smith y J. Hashemi, McGraw Hill, 2006.
- Cualquier libro de Física del Estado Sólido, en especial: Introducción a la Física del Estado Sólido, Charles Kittel, Ed. Reverté.