Mecánica Clásica
Parcial 01: Dinámica Lagrangiana y Fuerzas Centrales

Dr. Omar De la Peña Seaman

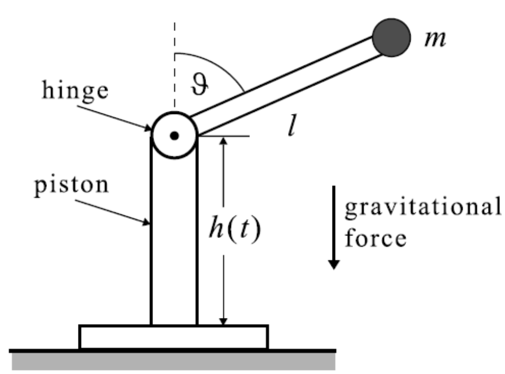
23 Septiembre 2019

Nombre del Estudiante: ____

Problema 1 *Péndulo invertido* **(25 pts.)**

Sea m una masa puntual fija a un extremo de una barra de longitud l inextensible de masa despreciable, cuyo otro extremo se encuentra unido a una bisagra. La bisagra a su vez se encuentra unida a un pistón que oscila en dirección vertical de acuerdo a la relación $h(t) = h_0 \mathrm{Cos}\omega t$, haciendo que la barra se mueva en el plano formado por la barra misma y el pistón, sin deformarse.
Hallar lo siguiente:

1. El Lagrangiano del sistema.
2. Las ecuaciones de movimiento de Lagrange.
3. Una posición de equilibrio estable θ_0, y la expresión de la ec. de movimiento cuando se tienen pequeños desplazamientos alrededor de esa posición.



. . . .

Problema 2 *Masas acopladas en una circunferencia* **(30 pts.)**

Se tienen 3 masas puntuales m_1, m_2, y m_3, fijas a los extremos de dos barras de masa despreciable, que pueden deslizarse en una circunferencia de radio R, la cual tiene una posición vertical en presencia del campo gravitacional.

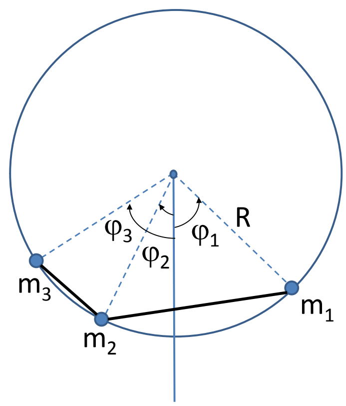
1. Obtener la expresión para el Lagrangiano y las ecuaciones de movimiento, considerando multiplicadores de Lagrange.

2. Calcular la expresión de los multiplicadores de Lagrange (como funciones de las coordenadas generalizadas).

3. Expresar la ecuación de movimiento para φ_1 (como función de las coordenadas generalizadas). Cual será la posición de equilibrio para esta coordenada?

4. Obtener la ecuación de movimiento para el caso de pequeños desplazamientos en φ_1.

Hint: No es necesario considerar, dentro de las condiciones de constricción, que el movimiento está restringido a una circunferencia.



. . . .

Problema 3 *Campo de fuerzas centrales* **(20 pts.)**

Una partícula de masa m se mueve en un campo de fuerzas central y describe una órbita dada por,

$$r = ke^{\alpha\theta} \quad \forall \quad \alpha, k = \text{ctes.}$$

1. Determinar la ley de fuerzas $f(r)$ y la expresión para el potencial $V(r)$ que da origen a este movimiento.

2. Encontrar la posición de la partícula a cualquier instante, es decir, $r(t)$ y $\theta(t)$.

. . . .

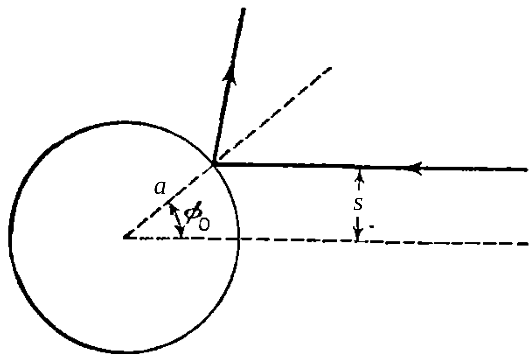
Problema 4 *Sección transversal* **(25 pts.)**

1. Determinar la sección transversal para la dispersión de partículas por una esfera perfectamente rígida de radio a tal que el potencial de interacción es,

$$V = \infty \quad \forall \quad r < a,$$
$$V = 0 \quad \forall \quad r > a$$

2. Calcular la *sección transversal total*, σ_T, la cual se define como,

$$\sigma_T = 2\pi \int_0^{\pi} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) \operatorname{Sen}\Theta d\Theta.$$



. . . .