

Mecánica Clásica
Parcial 03: Ecuaciones de Hamilton
y Formulación Hamilton-Jacobi

Dr. Omar De la Peña Seaman

10 Diciembre 2019

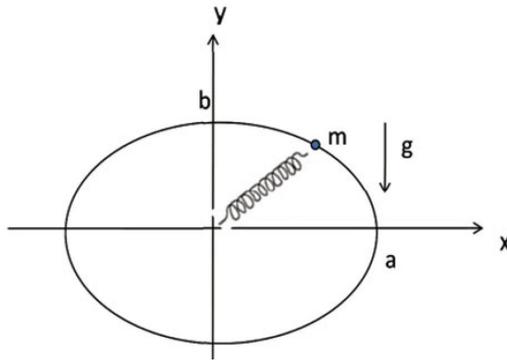
Nombre del Estudiante: _____

Problema 1 *Hamiltoniano en una elipse* (30 pts.)

Se tiene una partícula de masa m , la cual esta restringida a moverse sobre la curva definida por una elipse en el plano vertical, dada por:

$$x = a\cos\theta, \quad y = a\sin\theta \quad \forall \quad a > b > 0.$$

Además, la partícula se encuentra conectada al centro de la elipse mediante un resorte de cte. k (con distancia de equilibrio cero), y el sistema está bajo la influencia del campo gravitatorio.



1. Obtener el Hamiltoniano del sistema.
2. Calcular las ecuaciones canónicas de movimiento de Hamilton.
3. Determinar la(s) posible(s) posición(es) de equilibrio del sistema, y definir las condiciones para la(s) cual(es) tal equilibrio sea estable.

.....

Problema 2 *Proyectil balístico***(35 pts.)**

Se tiene un proyectil (partícula puntual de masa m) que es disparado en un tiempo $t = 0$ desde el origen con una velocidad inicial v_0 a un ángulo α con la horizontal, en presencia de un campo de fuerzas gravitatorio. Considerando el movimiento en dos dimensiones (plano xy), calcular lo siguiente utilizando el formalismo de Hamilton-Jacobi:

1. Las ecuaciones de movimiento para cada coordenada: $y(t)$ y $x(t)$.
2. La ecuación de la trayectoria, $y(x)$.

Utilizar las condiciones iniciales para obtener el valor de las constantes obtenidas por el método.

.....

Problema 3 *Movimiento periódico***(35 pts.)**

Una partícula de masa m se mueve en una dimensión en presencia de un potencial atractivo dado por:

$$V = -\frac{k}{|x|} \quad \forall \quad k = \text{cte.}$$

Para energías negativas, el movimiento será acotado y oscilatorio. Mediante el método de variables angulares y de acción, encontrar lo siguiente:

1. La acción en términos de la energía.
2. El periodo de movimiento como función de la energía.

.....