

Mecánica Clásica
Parcial 02: Pequeñas Oscilaciones y Cálculo de Variaciones

Dr. Omar De la Peña Seaman

17 Junio 2014

Problema 1 *Oscilaciones con fuerzas de fricción* (20 pts.)

Un objeto de masa m está sujeto a las siguientes fuerzas:

$$F_r = -kx \quad \leftarrow \text{ fuerza de restitución,}$$
$$F_f = \mu N \quad \leftarrow \text{ fuerza de fricción,}$$

en donde $k > 0$ es la constante de acoplamiento, μ el coeficiente de fricción entre la masa y la superficie horizontal en la cual se desliza y N es la normal del cuerpo. Asumiendo las condiciones iniciales $x(0) = x_0$ y $v(0) = v_0$, determinar el desplazamiento $x(t)$ y la velocidad $v(t)$ del objeto.

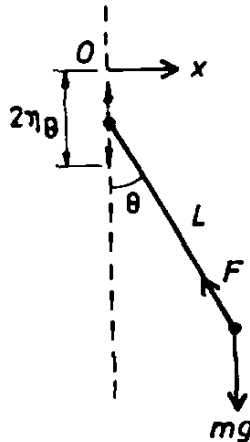
.....

Problema 2 *Péndulo forzado* (20 pts.)

El punto de apoyo de un péndulo rígido se encuentra en un movimiento vertical oscilatorio forzado dado por,

$$\eta(t) = \eta_0(1 - \text{Cos } \omega t).$$

El péndulo consiste en una varilla de masa despreciable con longitud L , a la cual se le ha adjuntado una masa m en el extremo libre. Derivar la ecuación de movimiento para θ , en donde θ es el ángulo entre el péndulo y la vertical. Asumir que $\theta \ll 1$.



.....

Problema 3 *Superficie mínima* (20 pts.)

Una curva $y(x)$ en el plano x - y que conecta a los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) forma una superficie de revolución teniendo al eje x como eje rotación. Mostrar que la curva que genera la superficie con la menor área es:

$$y(x) = C_1 \operatorname{Cosh} \left(\frac{x - C_2}{C_1} \right),$$

en donde C_1 y C_2 son constantes.

.....

Problema 4 *Área máxima* (20 pts.)

Determinar la ecuación de la curva C que tiene una longitud (perímetro) fijo L , tal que encierre el área máxima y pasa por los puntos $(-a, 0)$ y $(a, 0)$. Existen constricciones? Si las hay, determinar el valor y naturaleza del multiplicador de Lagrange.

.....

Problema 5 *Funciones extremales* (20 pts.)

Una partícula está sujeta al potencial $U(x) = -Fx$, en donde F es una constante. La partícula viaja de $x = 0$ a $x = a$ en un tiempo t_0 . Asumiendo que la ecuación de movimiento de la partícula es $x(t) = A + Bt + Ct^2$, encuentre los valores de A , B , y C tal que acción tenga un extremal.

Hint: la acción se define como:

$$I = \int (T - U) dt \quad \forall \quad T = \text{energía cinética.}$$

.....