

Mecánica Clásica

Parcial 03: Dinámica Lagrangiana y Hamiltoniana

Dr. Omar De la Peña Seaman

21 Julio 2014

Problema 1 *Partícula en un paraboloides* **(40 pts.)**

Una partícula de masa m se mueve sin fricción bajo la acción de la gravedad en la superficie interna de un paraboloides dado por $\rho^2 = \alpha z$ (coord. cilíndricas). Hallar lo siguiente:

1. El Lagrangiano del sistema.
2. Si la partícula se mueve en el plano definido por $\rho = R$, a que velocidad angular viaja?
3. La frecuencia de pequeñas oscilaciones, si la partícula cambia ligeramente su posición en la dirección de ρ : $\rho = R + \eta$ tal que $\eta \ll R$.

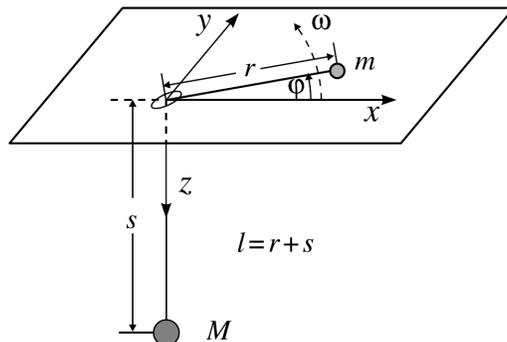
Hint: trabajar en términos de ρ .

.....

Problema 2 *Masa colgante* **(35 pts.)**

Dos masas m y M están conectadas por una cuerda inextensible de longitud l y masa despreciable comparada con m y M . La masa m puede rotar con la cuerda en el plano, además de que el segmento de la misma puede variar de longitud. La cuerda conecta con M a través de un hueco en la mesa, de tal manera que M cuelga en la dirección vertical, con la única posibilidad de subir o bajar.

1. Determinar la tensión en la cuerda (no se permite Newton).
2. Encontrar las condiciones para que la masa M pueda subir y/o bajar en el movimiento completo del sistema.



Problema 3 *Péndulo simple***(25 pts.)**

Considere un péndulo simple que consiste de una masa m adjunta al extremo de una cuerda de longitud l . Una vez que el péndulo se pone en movimiento, la longitud de la cuerda se reduce a la razón de:

$$\frac{dl}{dt} = -\alpha = \text{cte.}$$

El punto de suspensión se mantiene fijo. Responder lo siguiente:

1. Calcular la Lagrangiana del sistema.
2. Calcular el Hamiltoniano.
3. Obtener las ecuaciones canónicas de movimiento de Hamilton.
4. Es el Hamiltoniano la energía total del sistema? Argumentar
5. Es el Hamiltoniano una cantidad conservada? Argumentar.

.....