

Mecánica Clásica  
Parcial 03: Cálculo de Variaciones

Dr. Omar De la Peña Seaman

2 noviembre 2023

Nombre del Estudiante: \_\_\_\_\_

**Problema 1** *Superficie mínima* **(35 pts.)**

Una curva  $y(x)$  en el plano  $x$ - $y$  que conecta a los puntos  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  forma una superficie de revolución teniendo al eje  $y$  como eje rotación. Mostrar que la curva que genera la superficie con la menor área es:

$$y(x) = C_1 \text{ArcCosh} \left( \frac{x}{C_1} \right) + C_2,$$

en donde  $C_1$  y  $C_2$  son constantes.

.....

**Problema 2** *Área máxima* **(35 pts.)**

Determinar la ecuación de la curva  $C$  que tiene una longitud (perímetro) fijo  $L$ , tal que encierre el área máxima y pasa por los puntos  $(-a, 0)$  y  $(a, 0)$ . Existen constricciones? Si las hay, determinar el valor y naturaleza del multiplicador de Lagrange.

.....

**Problema 3** *Funciones extremales* **(30 pts.)**

Una partícula está sujeta al potencial  $U(x) = -Fx$ , en donde  $F$  es una constante. La partícula viaja de  $x = 0$  a  $x = a$  en un tiempo  $t_0$ . Asumiendo que la ecuación de movimiento de la partícula es  $x(t) = A + Bt + Ct^2$ , encuentre los valores de  $A$ ,  $B$ , y  $C$  tal que acción tenga un extremal.

*Hint:* la acción se define como:

$$I = \int (T - U) dt \quad \forall \quad T = \text{energía cinética.}$$

.....