

Mecánica Clásica
Parcial 03: Cálculo de Variaciones

Dr. Omar De la Peña Seaman

2 noviembre 2023

Nombre del Estudiante: _____

Problema 1 *Superficie mínima* **(35 pts.)**

Una curva $y(x)$ en el plano x - y que conecta a los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) forma una superficie de revolución teniendo al eje y como eje rotación. Mostrar que la curva que genera la superficie con la menor área es:

$$y(x) = C_1 \text{ArcCosh} \left(\frac{x}{C_1} \right) + C_2,$$

en donde C_1 y C_2 son constantes.

.....

Problema 2 *Área máxima* **(35 pts.)**

Determinar la ecuación de la curva C que tiene una longitud (perímetro) fijo L , tal que encierre el área máxima y pasa por los puntos $(-a, 0)$ y $(a, 0)$. Existen constricciones? Si las hay, determinar el valor y naturaleza del multiplicador de Lagrange.

.....

Problema 3 *Funciones extremales* **(30 pts.)**

Una partícula está sujeta al potencial $U(x) = -Fx$, en donde F es una constante. La partícula viaja de $x = 0$ a $x = a$ en un tiempo t_0 . Asumiendo que la ecuación de movimiento de la partícula es $x(t) = A + Bt + Ct^2$, encuentre los valores de A , B , y C tal que acción tenga un extremal.

Hint: la acción se define como:

$$I = \int (T - U) dt \quad \forall \quad T = \text{energía cinética.}$$

.....