

Mecánica Clásica
Parcial 04: Dinámica Lagrangiana y Hamiltoniana

Dr. Omar De la Peña Seaman

29 noviembre 2023

Nombre del Estudiante: _____

Problema 1 *Partícula en un paraboloides* **(40 pts.)**

Una partícula de masa m se mueve sin fricción bajo la acción de la gravedad en la superficie interna de un paraboloides dado por $\rho^2 = \alpha z$ (coord. cilíndricas). Hallar lo siguiente:

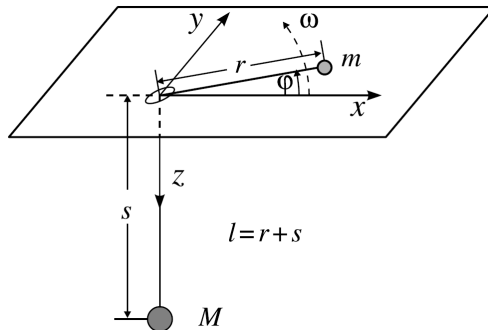
1. El Lagrangiano del sistema.
2. Si la partícula se mueve en el plano definido por $\rho = R$, a que velocidad angular viaja?
3. La frecuencia de pequeñas oscilaciones, si la partícula cambia ligeramente su posición en la dirección de ρ : $\rho = R + \eta$ tal que $\eta \ll R$.

.....

Problema 2 *Masa colgante* **(35 pts.)**

Dos masas m y M están conectadas por una cuerda inextensible de longitud l y masa despreciable comparada con m y M . La masa m puede rotar con la cuerda en el plano, además de que el segmento de la misma puede variar de longitud. La cuerda conecta con M a través de un hueco en la mesa, de tal manera que M cuelga en la dirección vertical, con la única posibilidad de subir o bajar.

1. Determinar la tensión en la cuerda.
2. Encontrar las condiciones para que la masa M pueda subir y/o bajar en el movimiento completo del sistema.



Problema 3 *Péndulo simple***(25 pts.)**

Considere un péndulo simple que consiste de una masa m adjunta al extremo de una cuerda de longitud l . Una vez que el péndulo se pone en movimiento, la longitud de la cuerda se reduce a la razón de:

$$\frac{dl}{dt} = -\alpha = \text{cte.}$$

El punto de suspensión se mantiene fijo, y la cuerda tiene una longitud inicial l_0 . Responder lo siguiente:

1. Calcular la Lagrangiana del sistema.
2. Calcular el Hamiltoniano.
3. Obtener las ecuaciones canónicas de movimiento de Hamilton.
4. Es el Hamiltoniano la suma de la energía cinética y potencial del sistema? Argumentar.
5. Es el Hamiltoniano una cantidad conservada? Argumentar.

.....