

Mecánica Clásica

Parcial 3: Cálculo de Variaciones

Dr. Omar De la Peña Seaman

20 octubre 2025

Nombre del Estudiante: _____

Problema 1 *Superficie mínima* **(35 pts.)**

Una curva $y(x)$ en el plano x - y que conecta dos puntos del plano cartesiano, (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , forma una superficie de revolución teniendo al eje x como eje rotación. Hacer un esquema del problema y mostrar que la curva que genera la superficie con la menor área es:

$$y(x) = C_1 \cosh\left(\frac{x - C_2}{C_1}\right),$$

en donde C_1 y C_2 son constantes.

.....

Problema 2 *Curva de área constante* **(35 pts.)**

Determinar la ecuación de la curva C que encierra una superficie (área) fija A , tal que posea el perímetro mínimo. Existen constricciones? Si las hay, determinar el valor y naturaleza del multiplicador de Lagrange y representar la curva C mediante un esquema o diagrama.

.....

Problema 3 *Funciones extremales* **(30 pts.)**

Una partícula está sujeta al potencial $U(x) = -Fx$, en donde F es una constante. La partícula viaja de $x = 0$ a $x = a$ en un tiempo t_0 . Asumiendo que la ecuación de movimiento de la partícula es $x(t) = A + Bt + Ct^2$, encuentre los valores de A , B , y C tal que acción tenga un extremal.

Hint: la acción se define como:

$$I = \int (T - U) dt \quad \forall \quad T = \text{energía cinética.}$$

.....