MECÁNICA CLÁSICA

PROPEDÉUTICO FÍSICA

Curso Propedéutico - Otoño 2025

Omar De la Peña-Seaman

Instituto de Física "Ing. Luis Rivera Terrazas"

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP)

Período de clases (14 sem.)

18 agosto – 28 noviembre 2025

Horario

Lunes: 10–11 hrs.
Miércoles y Viernes: 9–11 hrs.

Criterios de evaluación

- Tareas de cada tema: **40%**
- Exámenes: **60%**
  - Examen 1: tema 01
  - Examen 2: tema 02
  - Examen 3: tema 03
  - Examen 4: tema 04

Bibliografía

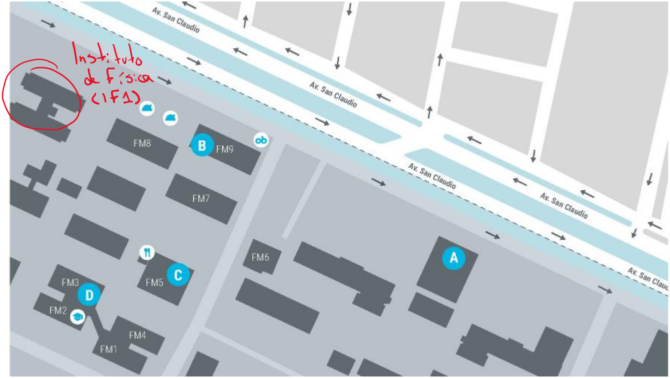
1. J.B. Marion, S.T. Thornton, *Classical Dynamics of Particles and Systems*, 5th edition, Brooks/Cole, 2008.
2. W. Greiner, *Classical Mechanics: Systems of Particles and Hamiltonian Dynamics*, 2nd edition, Springer 2010.

Curso: Mecánica Clásica

Medios de contacto

Para dudas y preguntas:

1. Grupo de Gmail/Classroom: **Mecánica Clásica (otoño 2025)**
2. Correo electrónico: **omar.seaman@viep.com.mx**
3. Oficina: Instituto de Física "Ing. Luis Rivera Terrazas", Edificio **IF1**, oficina **214**.



Contenido del curso

1. Mecánica Newtoniana (3 sem.)
2. Pequeñas oscilaciones (3 sem.)
3. Cálculo de variaciones (2 sem.)
4. Dinámica Lagrangiana y Hamiltoniana (6 sem.)

Fuente de consulta e información

Las sesiones de clase, las tareas y exámenes estarán disponibles on-line al término de cada tema en la siguiente dirección:

http://www.ifuap.buap.mx/~oseaman/classical_mechanics_prop_2025.html

Contenido

1. Mecánica Newtoniana

Contenido: Tema 01

1. Mecánica Newtoniana
1.1 Leyes de Newton y ecuación de movimiento
1.2 Teoremas de conservación
1.3 Energía

Contenido: Tema 01

1. Mecánica Newtoniana
1.1 Leyes de Newton y ecuación de movimiento
1.2 Teoremas de conservación
1.3 Energía

Leyes de Newton

I Un cuerpo permanecerá en **reposo** o **movimiento uniforme** hasta que una fuerza actúe en el.

II Un cuerpo al cual se le aplica una fuerza se mueve de tal manera que la **razón de cambio** de su momento en el tiempo equivale a dicha **fuerza**,

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \quad \therefore \quad \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m\mathbf{a}.$$

III Si dos cuerpos ejercen fuerzas entre ellos, tales fuerzas serán **iguales** en magnitud y **opuestas** en dirección.

Leyes de Newton

Definiciones

La **segunda ley de Newton** implica el conocimiento de la **masa** del cuerpo,

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = m\mathbf{a}.$$

En el caso de que se quiera conocer el **peso** de un cuerpo, se tiene:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{W} = m\mathbf{g}.$$

Lo anterior implica la equivalencia de dos diferentes conceptos:

Masa inercial

Aquella que determina la **aceleración** de un cuerpo bajo la acción de una **fuerza** dada.

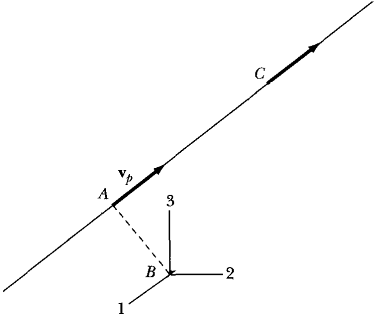
Masa gravitacional

Aquella que determina las **fuerzas gravitacionales** entre un cuerpo y otros cuerpos.

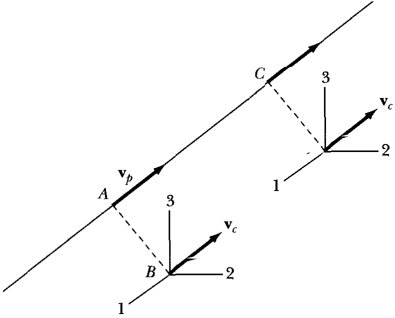
Ha sido demostrado experimentalmente que ambas **masas** son prácticamente idénticas (diferencias menores a 10^{-12}), lo cual se conoce como **principio de equivalencia**.

Marco de Referencia Inercial

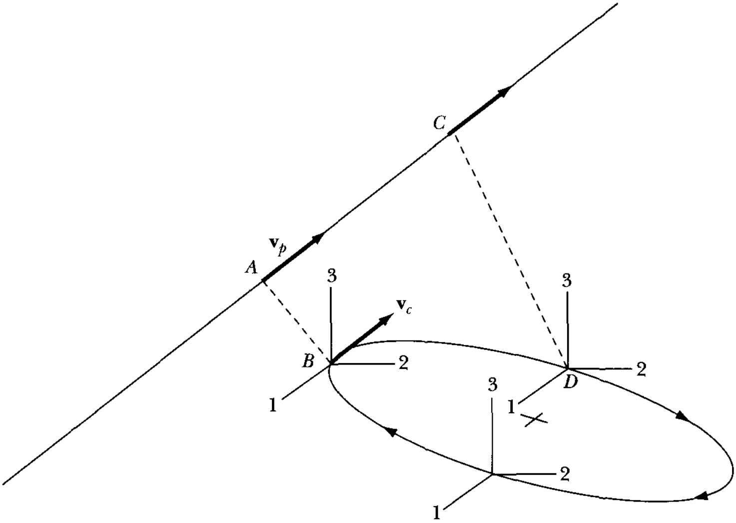
Un marco de referencia es **inercial** si las leyes de Newton son válidas en ese marco. Es decir, si un cuerpo que **no** se encuentre bajo la acción de fuerzas externas se **mueve a velocidad cte. sin cambio de dirección, o permanece en reposo.**



Inercial



Inercial



No-inercial

Ecuaciones de Movimiento

Definición

La ecuación derivada de la segunda ley de Newton nos ayuda a encontrar las **ecuaciones de movimiento** de un sistema:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\ddot{\mathbf{r}}, \quad \forall \quad m \neq m(t),$$

en donde lo anterior representa una ec. diferencial de segundo orden.

En el caso de que $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ sea conocida, entonces resolviendo lo anterior se puede llegar a la **ecuación de movimiento** del sistema:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t),$$

especificando los valores iniciales del problema:

$$\mathbf{r}(t=0) = \mathbf{r}_0 \quad \& \quad \dot{\mathbf{r}}(t=0) = \mathbf{v}_0.$$

Contenido: Tema 01

1. Mecánica Newtoniana
1.1 Leyes de Newton y ecuación de movimiento
1.2 Teoremas de conservación
1.3 Energía

Teoremas de conservación

Momento lineal

Si una partícula es **libre**, entonces no existen fuerzas aplicadas a ella, por tanto,

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\mathbf{p}} = 0,$$

lo cual implica que,

$$\mathbf{p} = \text{cte}.$$

Lo anterior aplica también a componentes de $\mathbf{p}$:

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = 0 \;\; \forall \;\; \mathbf{s} = \text{cte},$$

por tanto,

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = \dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{s} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p} \cdot \mathbf{s} = \text{cte}.$$

Conservación del momento lineal

El momento lineal total $\mathbf{p}$ de una partícula se **conserva** cuando la fuerza total aplicada es **cero**, o la componente de mom. lineal en una dir. en donde la fuerza es cero será una **constante** ind. del tiempo.

Teoremas de conservación

Momento angular

El **momento angular** $\mathbf{L}$ de una partícula respecto a un origen desde el cual $\mathbf{r}$ es medido se define como:

$$\mathbf{L} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{p},$$

mientras que la **torca** $\mathbf{N}$ referente al mismo origen está dada como:

$$\mathbf{N} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad \forall \quad \mathbf{F} = \text{fuerza aplicada}.$$

Reescribiendo la expresión para $\mathbf{N}$ se tiene,

$$\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{p}} \quad \forall \quad \mathbf{F} = \dot{\mathbf{p}}.$$

Ahora, por otro lado:

$$\dot{\mathbf{L}} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times \mathbf{p}) = \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{p} + \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{p}},$$

pero,

$$\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{p} = \dot{\mathbf{r}} \times m\mathbf{v} = m\dot{\mathbf{r}} \times \dot{\mathbf{r}} = 0,$$

por tanto,

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{N}.$$

Conservación mom. angular

El momento angular de una partícula que **no** esté bajo la acción de torca alguna se **conserva**.

Teoremas de conservación

Trabajo y energía cinética

El **trabajo** ejercido por una fuerza $\mathbf{F}$ sobre una partícula para cambiar su condición del estado 1 al estado 2 viene dado como,

$$W_{12} \equiv \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

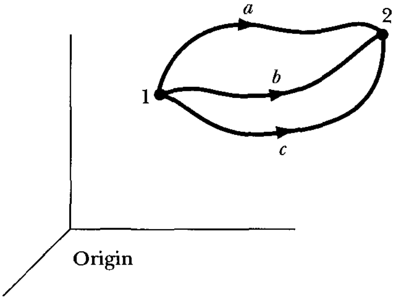
Considerando a $\mathbf{F}$ como la fuerza resultante en la partícula, entonces:

$$\begin{aligned}\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} &= m\frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt}dt = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \mathbf{v}dt, \\ &= \frac{m}{2}\frac{d}{dt}\left(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}\right)dt = \frac{m}{2}\frac{d}{dt}(v^2)dt = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right),\end{aligned}$$

Con lo anterior se puede expresar el trabajo como sigue:

$$W_{12} = \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \left.\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\right|_1^2 = \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right) = T_2 - T_1,$$

en donde T es la **energía cinética** de la partícula.



Para ciertos sistemas, el **trabajo realizado** para mover una partícula del estado 1 al estado 2 es independiente del camino elegido, por tanto sólo dependerá de las **condiciones** de los estados final e inicial.

Tales condiciones serán ganancias o pérdidas en la energía del sistema, por tanto se define a la **energía potencial** como la capacidad de realizar trabajo,

$$\int_1^2 \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} \equiv -(U_2 - U_1),$$

lo cual se puede obtener considerando:

$$\mathbf{F} = -\nabla U,$$

$$\Rightarrow \quad \int_1^2 \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = -\int_1^2 (\nabla U)\cdot d\mathbf{r},$$

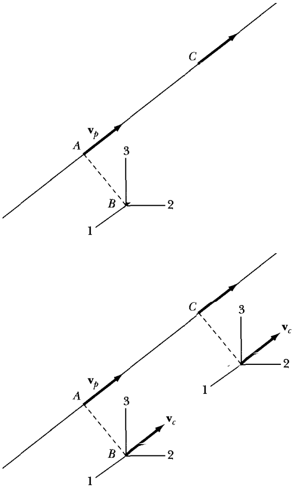
$$= -\int_1^2 dU = U_1 - U_2.$$

Teoremas de conservación

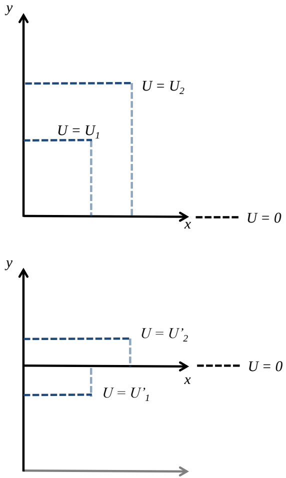
Energía total

Tanto en la energía **cinética** como **potencial**, la elección del marco de referencia tendrá influencia en su valor para cada punto en el espacio.

Energía Cinética



Energía Potencial



Teoremas de conservación

Energía total

Elegir el origen de un sistema de referencia es arbitrario, y por tanto el valor **puntual** de la energía[1] no tiene sentido físico, siendo lo realmente importante las **variaciones** o **cambios** de energía:

$$U_1 - U_2 \quad \& \quad T_1 - T_2.$$

Definiendo ahora la **energía total** de una partícula,

$$E \equiv T + U,$$

se puede calcular el cambio de E en función del tiempo,

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dT}{dt} + \frac{dU}{dt},$$

en donde para la **energía cinética** se tiene:

$$\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = dT \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{dt} = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \dot{\mathbf{r}}.$$

[1] Cinética y potencial

Para la **energía potencial**,

$$\begin{aligned}
\frac{dU}{dt} &= \sum_i \frac{\partial U}{\partial x_i}\frac{\partial x_i}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial t}, \\
&= \sum_i \frac{\partial U}{\partial x_i}\dot{x}_i + \frac{\partial U}{\partial t}, \\
&= (\nabla U)\cdot\dot{\mathbf{r}} + \frac{\partial U}{\partial t}.
\end{aligned}$$

Sustituyendo dT/dt y dU/dt en la variación de E respecto al tiempo,

$$\begin{aligned}
\frac{dE}{dt} &= \frac{dT}{dt} + \frac{dU}{dt}, \\
\frac{dE}{dt} &= \mathbf{F}\cdot\dot{\mathbf{r}} + (\nabla U)\cdot\dot{\mathbf{r}} + \frac{\partial U}{\partial t}, \\
\Rightarrow \quad \frac{dE}{dt} &= (\mathbf{F} + \nabla U)\cdot\dot{\mathbf{r}} + \frac{\partial U}{\partial t}.
\end{aligned}$$

Energía total

De la ecuación anterior,

$$\frac{dE}{dt} = (\mathbf{F} + \nabla U) \cdot \dot{\mathbf{r}} + \frac{\partial U}{\partial t}$$

observamos dos situaciones interesantes:

- Si se tiene un campo de fuerzas **conservativo** $\Rightarrow \mathbf{F} = -\nabla U$.
- Si el potencial **no** depende explícitamente del **tiempo**, $U \neq U(t) \Rightarrow \partial U/\partial t = 0$.

De lo cual se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= (\mathbf{F} + \nabla U) \cdot \dot{\mathbf{r}} + \frac{\partial U}{\partial t}, \\ \Rightarrow \quad \frac{dE}{dt} &= 0, \end{aligned}$$

con lo cual se obtiene que la **energía total** es una **constante de movimiento**.

Contenido: Tema 01

1. Mecánica Newtoniana
1.1 Leyes de Newton y ecuación de movimiento
1.2 Teoremas de conservación
1.3 Energía

A partir de la descripción de la energía de un sistema o una sola partícula[2]

$$E = T + U = \frac{1}{2}mv^2 + U(x),$$

se puede obtener la ecuación de movimiento del mismo,

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\left[E - U(x)\right]},$$

lo cual integrando arroja,

$$t - t_0 = \int_{x_0}^{x} \frac{\pm dx}{\sqrt{\frac{2}{m}\left[E - U(x)\right]}}.$$

Con tan sólo introducir la forma del potencial es posible (en principio!) obtener la **ecuación de movimiento**: $x = x(t)$.

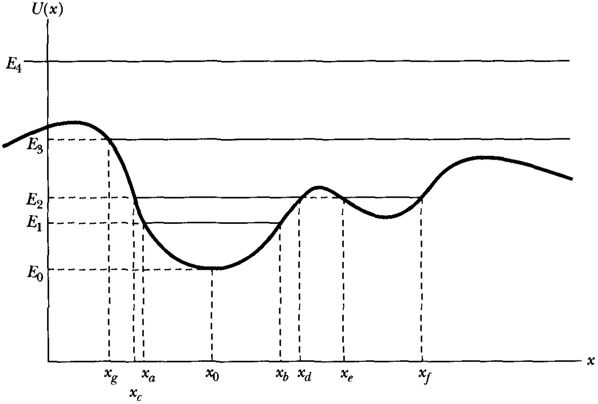
[2]Para potenciales conservativos.

Energía

Tipos de movimiento

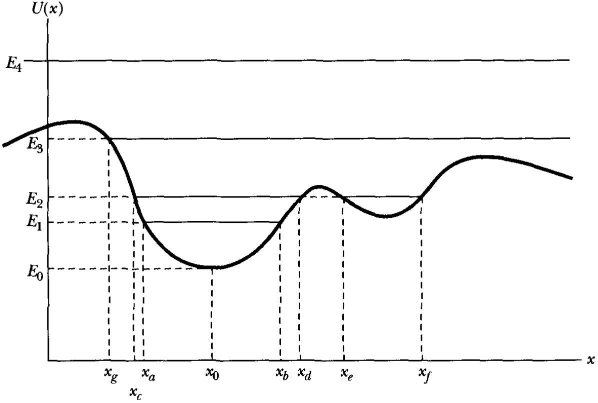
El movimiento de una partícula puede ser deducido, en gran medida, por la forma de $U(x)$, sin necesidad de obtener la ecuación de movimiento, además de que, en general:

$$\frac{1}{2}mv^2 = T \geq 0 \quad \Rightarrow \quad E \geq U(x).$$



Energía

Tipos de movimiento

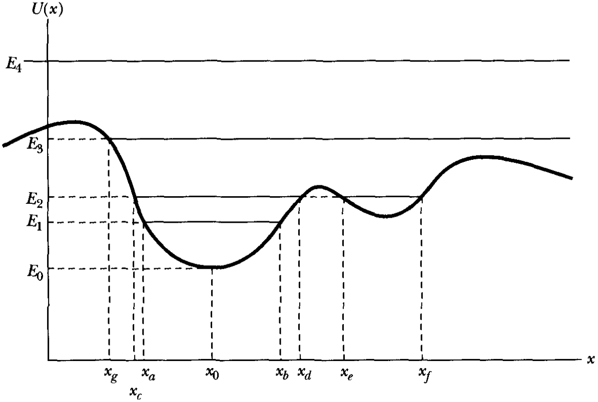


$E = E_0$

El movimiento de la partícula sólo tiene un valor en $x = x_0$, por tanto está en **reposo** con $T = 0$, ya que $E_0 = U(x_0)$.

Energía

Tipos de movimiento

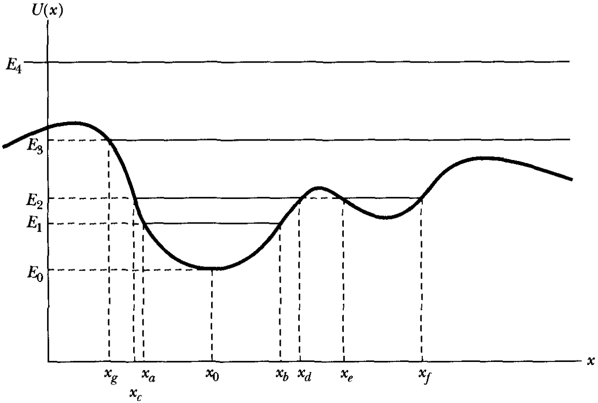


$E = E_1$

El movimiento de la partícula será **periódico** y **acotado** en $x_a \leq x \leq x_b$, siendo x_a y x_b puntos de **retorno**, en donde $T = 0$.

Energía

Tipos de movimiento

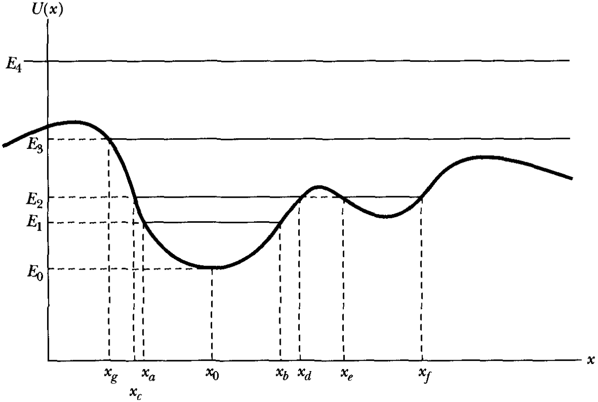


$E = E_2$

El movimiento de la partícula igualmente será **periódico** y **acotado** pero en dos regiones: $x_c \leq x \leq x_d$ y $x_e \leq x \leq x_f$, sin la posibilidad de transitar entre regiones.

Energía

Tipos de movimiento

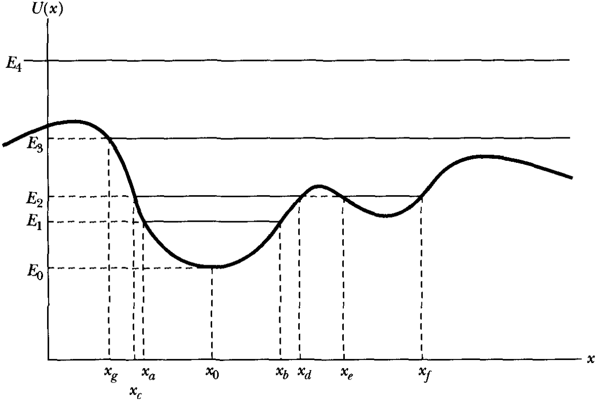


$E = E_3$

La partícula vendrá desde el infinito, se detendrá $(T = 0)$ en $x = x_g$ y se regresará al infinito, por tanto se trata de un movimiento **parcialmente acotado**.

Energía

Tipos de movimiento



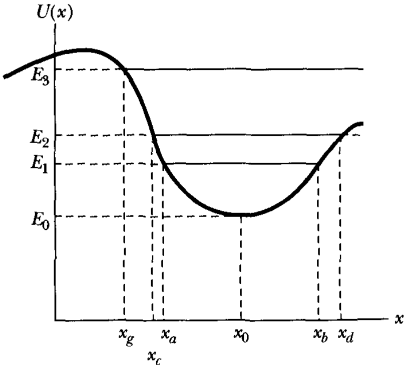
$E = E_4$

El movimiento será **no-acotado** y la partícula se puede encontrar en cualquier posición, y donde la velocidad es variable, ya que:

$$E = E_4 = T + U(x) \quad \Rightarrow \quad T = \frac{1}{2}mv^2 = E_4 - U(x).$$

Energía

Expansión del potencial



El movimiento con E_1 en $x_a \leq x \leq x_b$ puede ser analizado mediante la **aproximación armónica**,

$$U(x) = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2,$$

en donde $x = x_0$ representa el **punto de equilibrio** del sistema, el cual para este caso será un equilibrio **estable**.

En general, expandiendo el potencial $U(x)$ en serie de Taylor alrededor del punto de equilibrio, se obiene:

$$U(x) = U_0 + (x - x_0)\left(\frac{dU}{dx}\right)_{x_0} + \frac{(x - x_0)^2}{2!}\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_0} + \frac{(x - x_0)^3}{3!}\left(\frac{d^3U}{dx^3}\right)_{x_0}$$

Energía

Expansión del potencial

Para la expansión de $U(x)$ anterior, en donde $x = x_0$ es el punto de equilibrio, se tiene que:

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)_{x_0} = 0,$$

quedando la expresión de $U(x)$ como,

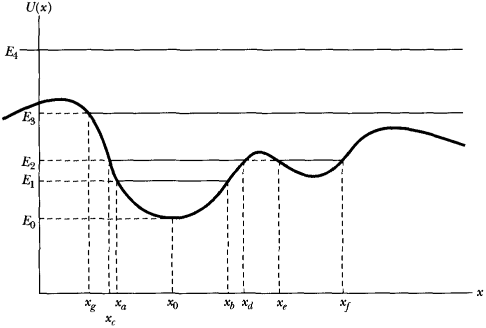
$$U(x) = \frac{(x - x_0)^2}{2!}\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_0} + \frac{(x - x_0)^3}{3!}\left(\frac{d^3U}{dx^3}\right)_{x_0} + \ldots$$

en donde se ha definido el cero del potencial como:

$$U(x) - U_0 \to U(x).$$

Para el caso en que $x = x_0 + \Delta x \; \forall \; \Delta x \ll x_0$, entonces:

$$U(x) = \frac{(x - x_0)^2}{2!}\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_0}.$$



Con la expresión aproximada del potencial para x **pequeños** se puede definir la **condición de equilibrio**:

$$\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_0} > 0 \;\Rightarrow\; \textbf{equilibrio estable},$$

$$\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_0} < 0 \;\Rightarrow\; \textbf{equilibrio inestable}.$$