

2. Electricidad y magnetismo

Contenido: Tema 02

2. Electricidad y magnetismo

- 2.1 Ley de Coulomb, campo eléctrico
- 2.2 Ley de Gauss, potencial eléctrico
- 2.3 El campo magnético, ley de Ampere
- 2.4 Inducción, ley de Faraday, ley de Lenz

Contenido: Tema 02

2. Electricidad y magnetismo

2.1 Ley de Coulomb, campo eléctrico

2.2 Ley de Gauss, potencial eléctrico

2.3 El campo magnético, ley de Ampere

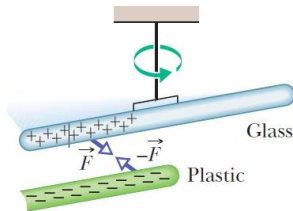
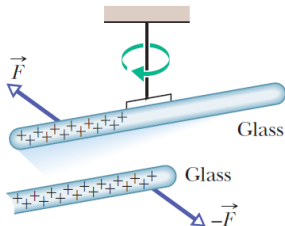
2.4 Inducción, ley de Faraday, ley de Lenz

Ley de Coulomb

Carga eléctrica

La **carga eléctrica** es una propiedad intrínseca de las partículas elementales que forman toda la materia que nos rodea.

- Existen solo **dos tipos** de carga eléctrica: **positiva** y **negativa**.
- Si las cargas en un objeto están balanceadas, se dice que es **eléctricamente neutro**, y por el contrario se dice que existe un **exceso de carga**.
- Partículas con cargas eléctricas del mismo signo se **repelen**, y de signo contrario se **atraen**.



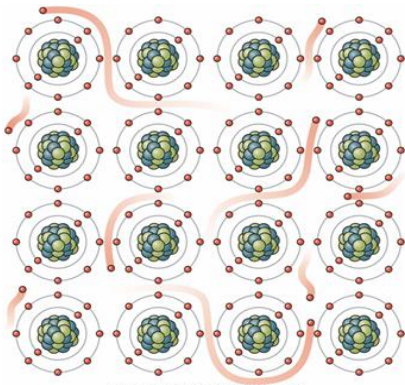
Ley de Coulomb

Conductores y aislantes

Conductores Materiales a través del cual la carga se mueve (casi!) **libremente**.

Aislantes Materiales que **no** permiten el paso de la carga.

Semiconductores Son materiales con propiedades de conducción **intermedia** entre conductores y aislantes.



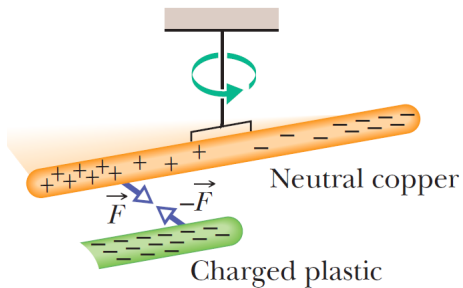
Copyright © 2006 Pearson Prentice Hall, Inc.

Los átomos que forman los materiales son eléctricamente **neutros**, ya que contienen la misma cantidad de carga **negativa** (electrones) que **positiva** (protones).

Cuando los átomos se juntan para formar un sistema **sólido**, los átomos pierden sus electrones más externos, los cuales se conocen como electrones de **conducción**.

Ley de Coulomb

Conductores y aislantes



Un ejemplo de la **movilidad** de las cargas en un material conductor esta dado por la interacción con un objeto cargado.

Cuando se acerca una barra cargada **negativamente** a una barra de cobre **neutra**, ésta presentará una **carga inducida**.

Lo anterior significa que parte de las cargas positivas y negativas del cobre se han separado, por efecto de la interacción con la barra cargada.

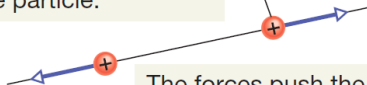
Ley de Coulomb

Ley de Coulomb

Cuando dos partículas cargadas se acercan una a la otra, ejercen una **fuerza electrostática** entre ellas.

- Partículas con el **mismo signo** de carga se **repelen**, siendo el vector de fuerzas dirigido **alejándose** de las partículas.
- Partículas con el **signo contrario** de carga se **atraen**, con el vector de fuerzas dirigido **hacia** ellas.
- Las unidades de la carga en el SI son el **coulomb**.

Always draw the force vector with the tail on the particle.



The forces push the particles apart.



Here too.

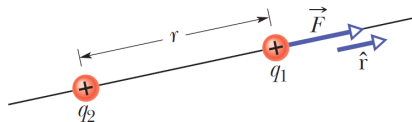


But here the forces pull the particles together.

Ley de Coulomb

Ley de Coulomb

La ecuación de la fuerza electrostática actuando entre dos partículas cargadas es la **ley de Coulomb**, obtenida en 1785 por Charles-Augustin de Coulomb.



$$\mathbf{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r},$$

donde r es la separación entre las partículas y k la **constante electrostática**,

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2,$$

con ϵ_0 la **constante de permitividad**,

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2.$$

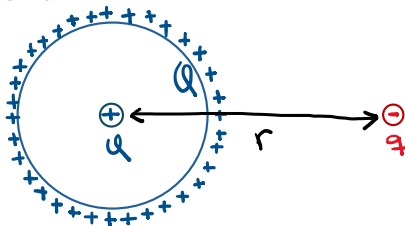
Para el caso en que se tienen n partículas cargadas en la cercanía de una partícula cargada, digamos 1, la fuerza neta en esta partícula será,

$$\mathbf{F}_{1,\text{net}} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{14} + \cdots + \mathbf{F}_{1n}.$$

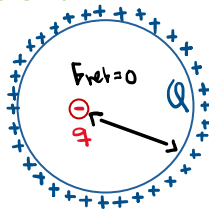
Ley de Coulomb

Ley de Coulomb

Teorema 1



Teorema 2



Teorema 1: Una partícula cargada **fuera** de un caparazón con carga uniformemente distribuída en su superficie será atraída o repelida, como si toda la carga de la esfera se **concentrara** en su **centro**.

Teorema 2: Una partícula cargada **dentro** de un caparazón con carga uniformemente distribuída en su superficie **no** tendrá una **fuerza neta** actuando en ella debido al caparazón.

Ley de Coulomb

Cuantización y conservación de la carga

Cualquier carga positiva o negativa q que pueda ser detectada, se escribe como,

$$q = ne \quad \forall \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots,$$

es decir, esta **cuantizada**, donde $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C es la **carga elemental**.

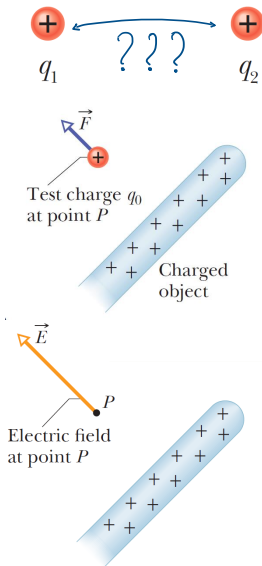
Otra propiedad de la carga es que esta no se crea ni se destruye, simplemente se transfiere de un cuerpo a otro, es decir, se **conserva**.

En particular, el protón y el electrón poseen una carga con magnitud de e cada uno, mientras que el neutrón no tiene carga eléctrica.

Particle	Symbol	Charge
Electron	e or e^-	$-e$
Proton	p	$+e$
Neutron	n	0

Cámpos eléctricos

Campo eléctrico



La manera en que la partícula 2 interactúa con la partícula 1, a pesar de que no se tocan, es mediante un **campo eléctrico** generado por la part. 2 en el espacio que la rodea.

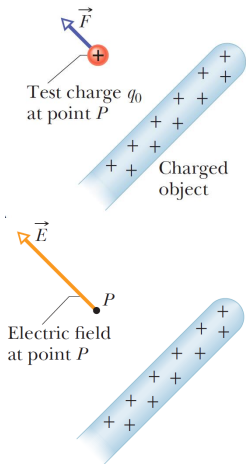
El campo eléctrico es un **campo vectorial**, y consiste de una distribución de vectores de campo eléctrico $\mathbf{E}$ en un punto determinado cerca del objeto cargado que lo genera.

El campo eléctrico se puede conocer en un punto dado, al colocar una **carga de prueba** q_0 en ese punto, y medir la fuerza electrostática $\mathbf{F}$ en ella:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0}.$$

Campos eléctricos

Campo eléctrico



De la expresión del campo eléctrico,

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0},$$

se observa:

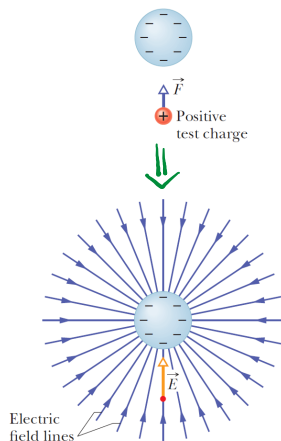
- La **dirección** de $\mathbf{E}$ es la misma que la determinada para $\mathbf{F}$.
- La **magnitud** del campo en un punto específico donde se localiza la carga de prueba es F/q_0 .
- Sus **unidades** en el SI son newton entre coulomb: N/C
- El campo eléctrico **existe** independientemente de la carga de prueba.

Campos eléctricos

Líneas de campo eléctrico

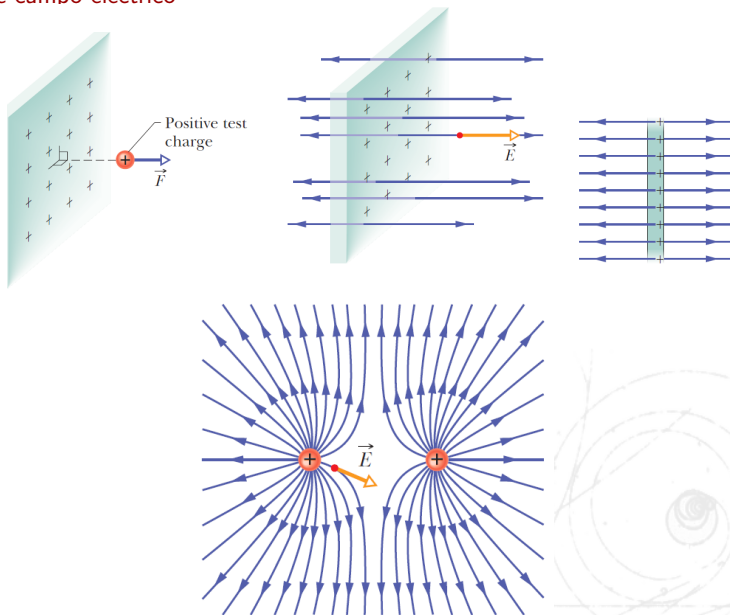
Michael Faraday introdujo la idea de las **líneas de campo eléctrico**, las cuales se encuentran en el espacio que rodea un objeto o una partícula cargada. Las reglas para dibujar las líneas de campo son las siguientes:

- En cualquier punto dado, el vector de campo eléctrico debe ser **tangente** a las líneas de campo a través de ese punto, y en la misma dirección.
- En un plano perpendicular a las líneas de campo, la **densidad relativa** de líneas representa la **magnitud relativa** del campo en esa zona.
- Las líneas de campo se extienden hacia **afuera** para cargas **positivas**, y hacia **adentro** para cargas **negativas**.



Campos eléctricos

Líneas de campo eléctrico



Campos eléctricos

Campo eléctrico generado por una carga puntual

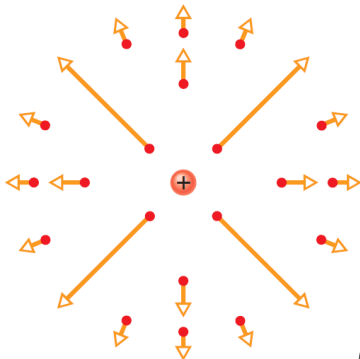
Para determinar el campo eléctrico de una **carga puntual** q , basta con colocar una carga positiva de prueba q_0 en la vecindad de la carga de interés, a una distancia r , obteniendo la fuerza:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \hat{\mathbf{r}}.$$

Con ello se obtiene el **campo eléctrico**, en la ubicación de la carga de prueba, como:

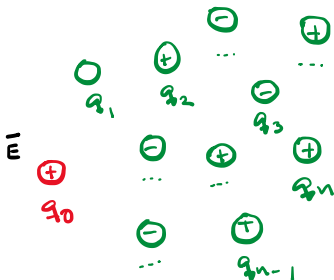
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}},$$

apuntando el campo hacia **afuera** si q es **positiva**, y hacia **adentro** si es **negativa**.



Campos eléctricos

Campo eléctrico generado por una carga puntual



Para obtener el campo eléctrico debido a muchas cargas puntuales en una carga de prueba (positiva) q_0 en un punto determinado, se calcula la **fuerza neta** en dicha carga F_0 :

$$F_0 = F_{01} + F_{02} + \dots + F_{0n},$$

siendo F_{0n} la fuerza en q_0 debido a la carga q_n .

Con ello, se obtiene el campo eléctrico E como:

$$\begin{aligned} E &= \frac{F_0}{q_0} = \frac{F_{01}}{q_0} + \frac{F_{02}}{q_0} + \dots + \frac{F_{0n}}{q_0}, \\ &= E_1 + E_2 + \dots + E_n, \end{aligned}$$

siendo E_n el campo eléctrico debido a la partícula n .

Campos eléctricos

Carga puntual en presencia de un campo eléctrico

Los efectos de un campo eléctrico en una carga puntual q , independiente de las cargas que generaron el campo, se puede calcular como,

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E},$$

en donde q es la carga de la partícula (incluyendo su signo) y $\mathbf{E}$ es el campo eléctrico, generado por otras cargas, en el punto donde se encuentra q .

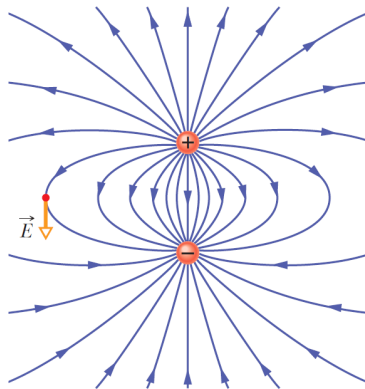
- El campo $\mathbf{E}$ se le conoce como el **campo externo**.
- La **fuerza electrostática** $\mathbf{F}$ actúa en la partícula con carga q , la cual se encuentra en un campo **externo** $\mathbf{E}$.
- $\mathbf{F}$ tiene la **misma** dirección que $\mathbf{E}$ si la carga de q es **positiva**, y dirección **opuesta** si es **negativa**.

Campos eléctricos

Campo eléctrico generado por un dipolo eléctrico

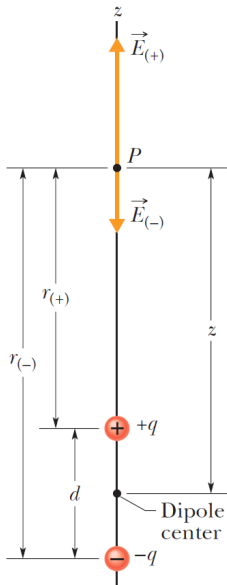
Un **dipolo eléctrico** se forma de dos partículas que poseen la misma carga q , pero de signo contrario.

- Las partículas están separadas por una distancia d **fija**.
- Se encuentran a lo largo del **eje del dipolo**, el cual es un eje de simetría del sistema.
- La **dirección** del campo eléctrico resultante en un punto determinado será **tangente** a las líneas de campo eléctrico.



Campos eléctricos

Campo eléctrico generado por un dipolo eléctrico



Calculando el **campo eléctrico** $\vec{E}$ neto en un punto P en el eje del dipolo, a una distancia z del centro del dipolo, con una separación d :

$$\begin{aligned} E &= E_{(+)} - E_{(-)}, \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(+)}^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(-)}^2}, \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z - 1/2d)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z + 1/2d)^2}, \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 z^3} \frac{d}{(1 - (d/2z)^2)^2}, \end{aligned}$$

considerando distancias z **muy grandes**, en comparación con la separación del dipolo d :

$$E \approx \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3} \quad \forall \quad z \gg d.$$

Campos eléctricos

Campo eléctrico generado por un dipolo eléctrico

De la expresión obtenida para el campo eléctrico generado por el dipolo,

$$E \approx \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3},$$

el producto qd relaciona las cantidades características del dipolo: la **carga** q y la **distancia** d , lo cual representa la magnitud del **momento dipolar eléctrico** p .

- La **dirección** de p se toma del extremo negativo al positivo del dipolo.
- El campo eléctrico del dipolo varía como $1/r^3$ para cualquier punto **distante**, independientemente de si esta o no en el eje del dipolo.
- El campo eléctrico del dipolo **decrece** más rápido en función de la distancia, en comparación con el campo generado por una carga puntual.



Contenido: Tema 02

2. Electricidad y magnetismo

2.1 Ley de Coulomb, campo eléctrico

2.2 Ley de Gauss, potencial eléctrico

2.3 El campo magnético, ley de Ampere

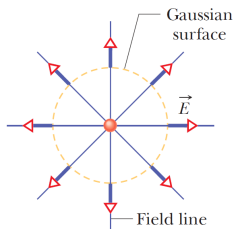
2.4 Inducción, ley de Faraday, ley de Lenz

Ley de Gauss

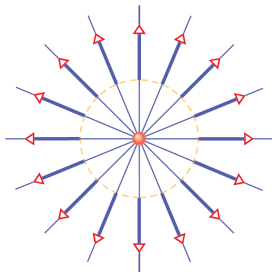
Flujo eléctrico

La **carga** es encerrada en una superficie, conocida como **superficie Gaussiana**, y las líneas de **campo eléctrico** penetran las superficie.

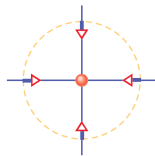
Como el **número de líneas** de campo que atraviesan la sup. Gaussiana es proporcional al campo $E = kQ/r^2$, entonces nos da información sobre la **carga** dentro de la superficie.



Carga encerrada: Q



Carga encerrada: $2Q$

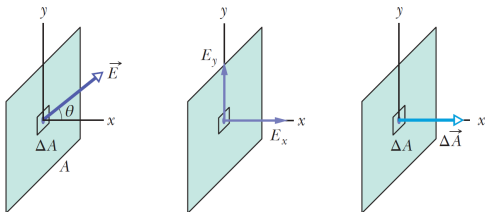


Carga encerrada: $-0.5Q$

Ley de Gauss

Flujo eléctrico

Considerando una superficie de área A siendo atravesada por líneas de campo generadas por un campo eléctrico $\mathbf{E}$,



siendo el vector $\Delta \mathbf{A}$ perpendicular a la superficie.

Se tiene el **enclavamiento** de $\mathbf{E}$ en una sección de área ΔA , por tanto se define el **flujo eléctrico** a través de la superficie como,

$$\Delta \Phi = \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{A},$$

reduciendo las secciones de área: $\Delta A \rightarrow dA$, y sumando en toda la superficie tales secciones, se tiene para el flujo:

$$\Phi = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}.$$

Ley de Gauss

Flujo eléctrico

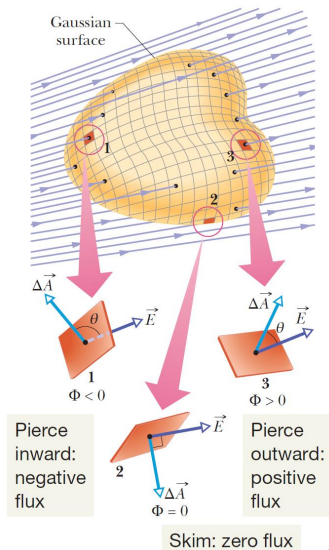
Para poder llegar a la idea original de encerrar carga, se requiere de la integral del flujo eléctrico en una **superficie cerrada**, en donde:

- Líneas de campo **entrante** dan un flujo **negativo**.
- Líneas de campo **saliente** dan un flujo **positivo**.
- Líneas de campo **paralelas** a la superficie dan un flujo **cero**.

con lo cual se obtiene el **flujo neto**:

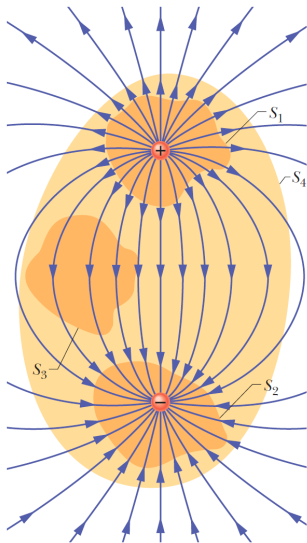
$$\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A},$$

siendo las unidades en el SI de Φ : $\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}$.



Ley de Gauss

Ley de Gauss



La **ley de Gauss** establece que el flujo que atraviesa una superficie cerrada es proporcional a la **carga encerrada** por dicha superficie,

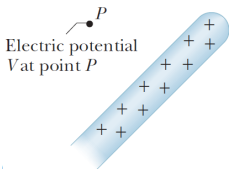
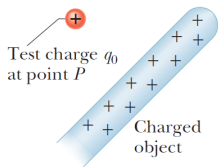
$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q_{enc},$$

siendo q_{enc} la carga **neta** encerrada, con lo cual:

- Si q_{enc} es **positiva** el flujo es **saliente**.
- Si q_{enc} es **negativa** el flujo es **entrante**.
- Cargas **externas** a la superficie de Gauss no contribuyen al flujo.

Potencial eléctrico

Potencial eléctrico



- Si la partícula 1, con carga q_1 , se libera del punto P , comenzará a moverse y por tanto ganará **energía cinética** K .
- Esa energía proviene de una **energía potencial** U asociada a la **fuerza de Coulomb**.
- A su vez, esa energía proviene por un **potencial eléctrico** V generado por la partícula 2, con carga q_2 , en el punto P .
- Con lo cual la energía U del sistema de dos partículas será dado por la partícula 1 y el potencial V generado por la partícula 2:

$$U = qV \quad \forall \quad U = -W.$$

- Las unidades de V son: 1 volt = 1 joule/coulomb.

Potencial eléctrico

Potencial eléctrico

Para el caso cuando una partícula con carga q se mueve de un punto **inicial** i a un punto **final** f , la energía potencial cambiará como:

$$\Delta U = q\Delta V = q(V_f - V_i),$$

siendo ΔU + o -, dependiendo del **signo** de la carga q y ΔV .

Campos conservativos Al ser la fuerza eléctrica **conservativa**, ΔU es **independiente** de la trayectoria entre i y f .

Trabajo Se tiene,

$$W = -\Delta U = -q\Delta V = -q(V_f - V_i),$$

es decir, W es el trabajo realizado por el **campo eléctrico** en la partícula.

Conservación de la energía Si una partícula cargada se mueve a través de un campo eléctrico, entonces la energía se **conserva**:

$$U_i + K_i = U_f + K_f \Rightarrow \Delta K = -\Delta U,$$

$$\therefore \Delta K = -q\Delta V = -q(V_f - V_i).$$

Potencial eléctrico

Potencial eléctrico

De manera general, para calcular el **potencial eléctrico** de un sistema, se procede como sigue:

$$\begin{aligned}dW &= \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}, \\ &= q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad \forall \quad \mathbf{F} = q_0 \mathbf{E},\end{aligned}$$

para calcular el trabajo total, se integra desde un punto inicial i a un punto final f en la trayectoria,

$$\begin{aligned}W &= q_0 \int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}, \\ \Rightarrow \Delta V &= V_f - V_i = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad \forall \quad W = -\Delta V,\end{aligned}$$

y considerando que $V_i = 0$, entonces se obtiene:

$$V = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s},$$

siendo V el potencial eléctrico en algún punto f , respecto al potencial cero en el punto i (infinito).

Potencial eléctrico

Potencial eléctrico debido a una partícula cargada

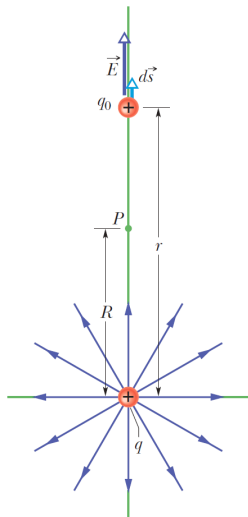
Se desea conocer el **potencial eléctrico** V en un punto P , relativo al cero de V en el infinito, dependiente de un campo eléctrico $\mathbf{E}$, generados por una carga q .

Se considera que se mueve una partícula de prueba q_0 desde el punto P , ubicado en R , hasta el infinito:

$$V_{\infty} - V_R = - \int_R^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s},$$
$$\Rightarrow -V_R = - \int_R^{\infty} E dr,$$

en donde el campo eléctrico E es:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$



Potencial eléctrico

Potencial eléctrico debido a una partícula cargada

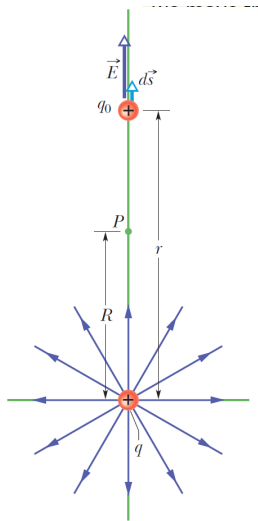
Sustituyendo el valor de E , se tiene para el **potencial eléctrico**:

$$-V_R = - \int_R^\infty \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R},$$
$$\therefore V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

De lo anterior se observa que $V < 0$ para partículas con carga **negativa**, y $V > 0$ para partículas con carga **positiva**.

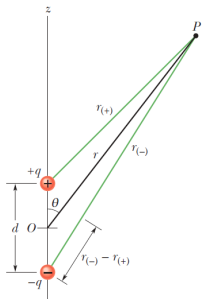
Finalmente, para el potencial de un **grupo** de partículas cargadas, se tiene:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}.$$



Potencial eléctrico

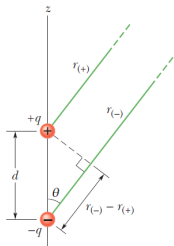
Potencial eléctrico debido a un dipolo



Calculando el potencial eléctrico en un punto arbitrario P generado por un **dipolo**,

$$\begin{aligned} V &= \sum_{i=1}^2 V_i = V_{(+)} + V_{(-)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_{(+)}} + \frac{-q}{r_{(-)}} \right), \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(-)}r_{(+)}}, \end{aligned}$$

considerando que $r \gg d$, es decir, puntos P muy alejados del dipolo, entonces:



$$r_{(-)} - r_{(+)} \approx d \cos\theta \quad \& \quad r_{(-)}r_{(+)} \approx r^2,$$

$$\therefore V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos\theta}{r^2},$$

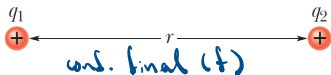
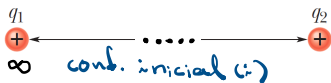
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r^2} \quad \forall \quad p = qd.$$

Potencial eléctrico

Energía de un potencial eléctrico

Para el caso en que se traen desde el infinito dos partículas q_1 y q_2 para que interactúen a una distancia r fija entre ellas, se tiene:

- Si las dos partículas tienen signos de carga **iguales**, entonces el trabajo aplicado¹ en ellas es **positivo** $\Rightarrow U$ es **positivo**.
- Si las dos partículas tienen signos de carga **diferentes**, ahora el trabajo aplicado será **negativo** $\Rightarrow U$ es **negativo**.



- La configuración **inicial** es cuando la carga q_2 esta fija, y la carga q_1 se encuentra en el infinito, con U_i .
- La configuración **final** es cuando la carga q_1 se encuentra a una distancia r de q_2 , con U_f .

$$\therefore \Delta U = U_f - U_i = q_1(V_f - V_i).$$

¹El trabajo aplicado $W_a = -W$.

Potencial eléctrico

Energía de un potencial eléctrico

De la expresión anterior, considerando que la energía potencial en el infinito es cero, entonces $U_i = V_i = 0$, con lo cual:

$$U_f - U_i = q_1(V_f - V_i),$$

$$\Rightarrow U_f = q_1 V_f,$$

$$U_f = q_1 \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r} \right) \quad \forall \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r},$$

$$\therefore U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}.$$

- Si las dos cargas tienen el **mismo** signo, entonces U es **positiva**, y si son de signos **opuestos**, U es **negativa**.
- La energía potencial eléctrica de un **sistema** de partículas es la **suma** de las energías potenciales de cada **par** de partículas en el sistema.

Contenido: Tema 02

2. Electricidad y magnetismo

2.1 Ley de Coulomb, campo eléctrico

2.2 Ley de Gauss, potencial eléctrico

2.3 El campo magnético, ley de Ampere

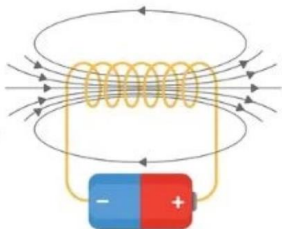
2.4 Inducción, ley de Faraday, ley de Lenz

El campo magnético

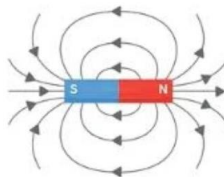
Campos magnéticos

Los **campos magnéticos** $\mathbf{B}$ pueden ser generados de dos maneras:

- Mediante cargas eléctricas en **movimiento**, tal como la corriente eléctrica, dando lugar a un **electroimán**.
- Debido al **espín** de los electrones, es decir un campo magnético **intrínseco** que poseen. En ciertos materiales, la suma de los espines da un campo magnético neto, originando un **magneto permanente**. Los materiales más utilizados son aleaciones de neodimio, hierro y boro (NdFeB); la ferrita; samario-cobalto (SmCo); y la aleación aluminio, níquel y cobalto (AlNiCo).



Electroimán



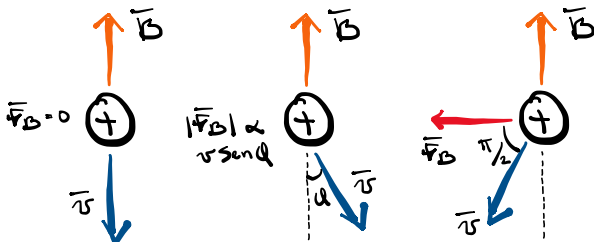
Magneto permanente

El campo magnético

Campos magnéticos

Para determinar el campo magnético $\vec{B}$, se procede a conocer la fuerza $\vec{F}_B$ ejercida en una partícula cargada en movimiento, con velocidad $\vec{v}$, en presencia del campo:

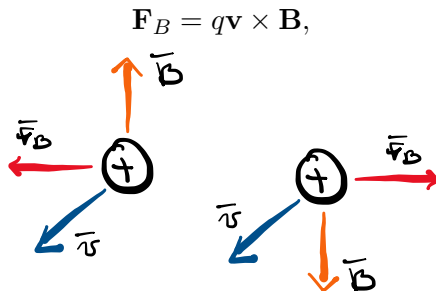
- La velocidad $\vec{v}$ a lo largo de cierto eje da una fuerza $\vec{F}_B$ igual a **cero**.
- Para cualquier otra dirección de $\vec{v}$, la magnitud de $\vec{F}_B$ es **proporcional** a $v \sin \phi$, siendo ϕ el ángulo entre el eje de fuerza cero y la dirección de $\vec{v}$.
- La dirección de $\vec{F}_B$ siempre es **perpendicular** a la dirección de $\vec{v}$ y $\vec{B}$.



El campo magnético

Campos magnéticos

Deduciendo, con lo anterior, una relación del **campo magnético**,



- La fuerza $\mathbf{F}_B$ es **cero** si la **carga** es **cero**, o si la partícula está **estacionaria**, o si $\mathbf{v}$ y $\mathbf{B}$ son **paralelos**.
- Si la carga q es **positiva**, entonces $\mathbf{F}_B$ tiene la **misma** dirección que $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$.
- Si la carga q es **negativa**, entonces $\mathbf{F}_B$ tiene la dirección **opuesta** a $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$.

El campo magnético

Campos magnéticos



Se tiene el campo $\mathbf{B}$ saliendo del plano del papel, y con:

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

e^+ se desvía a la **izquierda**, mientras que e^- a la **derecha**.

Las unidades en el SI del campo magnético $\mathbf{B}$ son el **tesla** (T):

$$\begin{aligned} 1 \text{ T} &= 1 \frac{\text{newton}}{\text{coulomb} \cdot (\text{metro/segundo})}, \\ &= 1 \frac{\text{newton}}{(\text{coulomb/segundo}) \cdot \text{m}}, \\ &= 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}, \end{aligned}$$

en donde el ampere A se define como: $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$.

El campo magnético

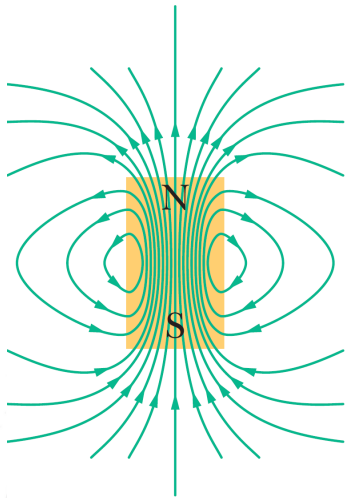
Líneas de campo magnético

Es posible asociar **líneas de campo** al campo magnético $\mathbf{B}$, cumpliendo las siguientes condiciones:

- La **dirección** de la tangente en algún punto de las líneas de campo da la dirección del campo $\mathbf{B}$ en ese punto.
- El **espaciamiento** de las líneas de campo representa la **magnitud** de $\mathbf{B}$.
- Las líneas de campo **atraviesan** al imán, formando líneas **cerradas**.

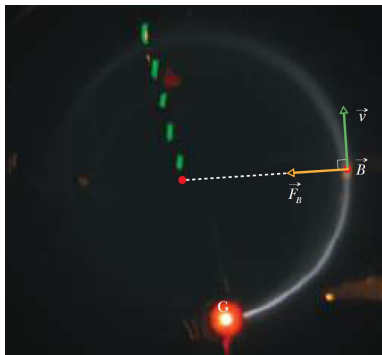
El extremo del imán del cual **emergen** las líneas de campo es el **polo norte**, y en el cual **penetran** es el **polo sur**.

Los polos **opuestos** se **atraen**, y los polos **iguales** se **repelen**.



El campo magnético

Partícula cargada en presencia de un campo magnético: movimiento circular



Se tiene una partícula cargada (electrón, $-e$) entrando **paralela** al plano de la página, en presencia de un campo magnético $\mathbf{B}$ saliendo **perpendicular** a la página.

Debido a la interacción,

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad \forall \quad q = -e,$$

el electrón sentirá una fuerza de atracción hacia el centro del plano, siguiendo una trayectoria **circular**.

Considerando que a la fuerza **centrípeta** se equipara a $\mathbf{F}_B$,

$$\begin{aligned} F_c &= m \frac{v^2}{r}, \\ F_B &= |q|vB, \\ \Rightarrow |q|vB &= \frac{mv^2}{r}. \end{aligned}$$

El campo magnético

Partícula cargada en presencia de un campo magnético: movimiento circular

Con la relación anterior,

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r},$$

es posible determinar diferentes características del **movimiento circular** del electrón,

radio: $\Rightarrow r = \frac{mv}{|q|B},$

periodo T : $\Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B},$

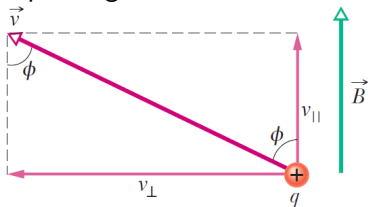
frecuencia f : $\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m},$

frec. angular ω : $\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{|q|B}{m}.$

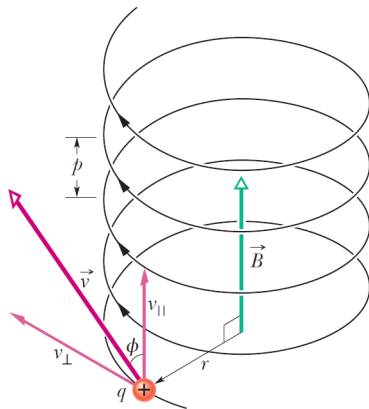
El campo magnético

Partícula cargada en presencia de un campo magnético: movimiento helicoidal

si la velocidad $\vec{v}$ de la partícula tiene una componente **paralela** al campo magnético $\vec{B}$,



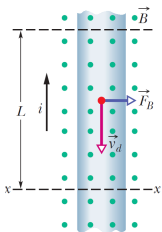
se genera un movimiento **helicoidal** alrededor del eje de $\vec{B}$.



- La componente de la velocidad **perpendicular** a $\vec{B}$, $v_{\perp}$, se relaciona con el movimiento **circular**.
- La componente de la velocidad **paralela** a $\vec{B}$, $v_{\parallel}$, determina el **periodo** p de la hélice.

El campo magnético

Fuerza magnética en un cable con corriente eléctrica

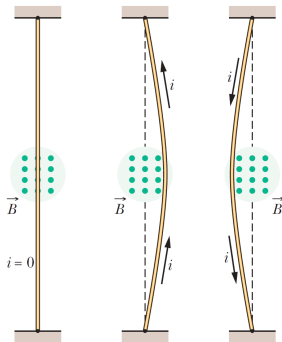


Si se tienen muchos electrones transitando en un cable, generan una **corriente eléctrica** i , la cual tiene **sentido contrario** a la vel. de los electrones (por convención): $i = q/t$.

Si se aplica un campo magnético $\mathbf{B}$ en el espacio en que se encuentra el cable, aplicando la ecuación de la fuerza magnética se obtiene:

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

- Si **no** hay corriente $i = 0$, entonces **no** hay fuerza sobre el cable.
- Si la corriente fluye hacia **arriba**, entonces el cable se deforma hacia la **derecha**.
- Si la corriente fluye hacia **abajo**, entonces el cable se deforma hacia la **izquierda**.



El campo magnético

Fuerza magnética en un cable con corriente eléctrica

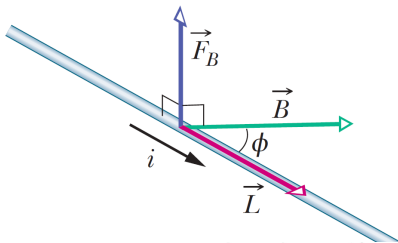
Para obtener la fuerza que deforma el cable, se considera que los electrones se mueven una distancia L , definiendo el **desplazamiento** $\mathbf{L}$ que tiene la dirección de la corriente, a una velocidad v :

$$i = q/t \Rightarrow q = it = iL/v \Rightarrow q\mathbf{v} = i\mathbf{L},$$

con lo anterior, sustituyendo en la expresión de la fuerza $\mathbf{F}_B$,

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{F}_B = i\mathbf{L} \times \mathbf{B},$$

lo cual representa la **fuerza en la corriente** debido a la presencia del campo magnético $\mathbf{B}$.



El campo magnético

Campo magnético generado por una corriente eléctrica

Considerando una forma arbitraria para un cable que transporta una **corriente** i , se desea calcular el **campo magnético** $\mathbf{B}$ generado en un punto cercano P .

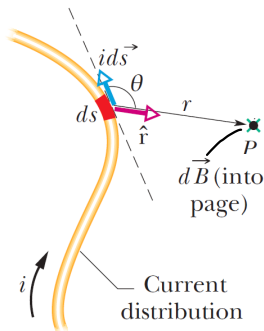
- ds es el elemento de longitud, cuya dirección es la correspondiente a la corriente i .
- Se define el elemento diferencial de **corriente-longitud** ids .
- ids da lugar a un elemento de **campo magnético** generado $d\mathbf{B}$.

La expresión que describe a $d\mathbf{B}$ es la **ley de Biot-Savart**,

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ids \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2},$$

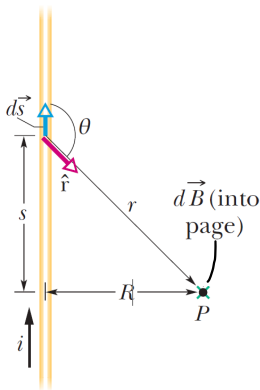
$$\forall \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \approx 1.26 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m/A},$$

donde μ_0 es la **constante de permeabilidad**.



El campo magnético

Campo magnético generado por una corriente eléctrica: alambre recto



Para el caso de un **alambre recto** y suficientemente largo, se desea conocer el campo $\mathbf{B}$ en un punto P , a una distancia R perpendicular del cable:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id s \text{Sen}\theta}{r^2},$$

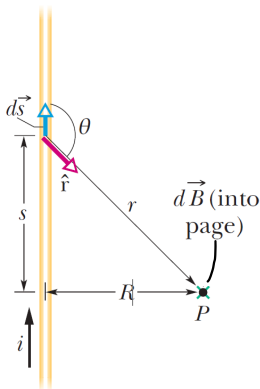
siendo la dirección de $d\mathbf{B}$ entrando a la página.

El sistema es **simétrico**, considerando el centro del alambre en cero, y extendiéndolo hacia el infinito en ambas direcciones:

$$B = \int_{low} dB + \int_{up} dB = 2 \int dB = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\text{Sen}\theta ds}{r^2}.$$

El campo magnético

Campo magnético generado por una corriente eléctrica: alambre recto



Para realizar la integral, se debe de considerar que las variables r , θ y s están relacionadas:

$$r = \sqrt{s^2 + R^2}, \quad \text{Sen}\theta = \text{Sen}(\pi - \phi) = \frac{R}{\sqrt{s^2 + R^2}},$$

Con lo cual, la expresión para el campo magnético B queda como:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\text{Sen}\theta ds}{r^2}, \\ &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^\infty \frac{R ds}{(s^2 + R^2)^{3/2}}, \end{aligned}$$

obteniendo como resultado:

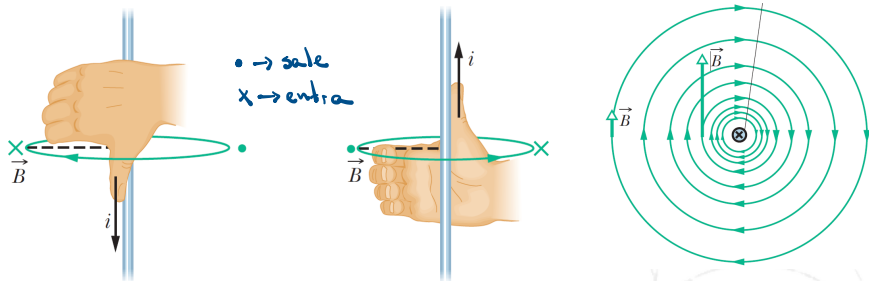
alambre infinito: $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R},$

alambre semi-infinito: $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}.$

El campo magnético

Campo magnético generado por una corriente eléctrica: alambre recto

Para determinar la dirección del campo magnético generado por una corriente eléctrica, basta aplicar la **regla de la mano derecha**,

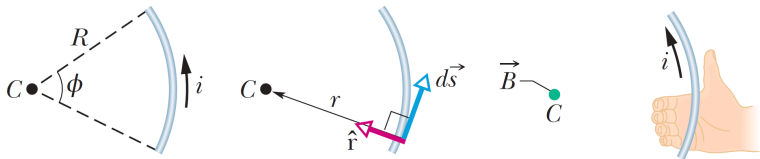


De la expresión para el campo magnético $B = \mu_0 i / 2\pi R$ se observa:

- El **incremento** del espaciamiento entre líneas de campo con la distancia se relaciona con la **dependencia** $1/R$, dando el **decremento** de B vs R .
- El campo $\vec{B}$ es **tangencial** a las líneas de campo, y **perpendicular** a la línea radial desde el alambre.

El campo magnético

Campo magnético generado por una corriente eléctrica: alambre curvo



Se tiene un alambre que sigue la forma de un **arco de circunferencia**, y se desea conocer el campo **B** generado en su centro,

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2},$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id s}{R^2} \quad \forall \quad r = R,$$

siendo que la dirección de **dB** es **perpendicular** al plano de la circunferencia **saliendo** del plano.

Considerando que $ds = R d\phi$, siendo ϕ el ángulo del arco, se puede calcular el **campo total**:

$$B = \int dB = \int_0^\phi \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i R d\phi}{R^2},$$

$$B = \mu_0 i \phi / 4\pi R,$$

donde para el caso de la circunferencia **completa** ($\phi = 2\pi$):

$$B = \mu_0 i / 2R.$$

Ley de Ampere

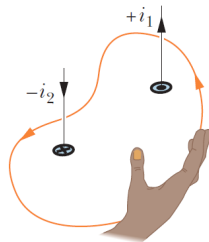
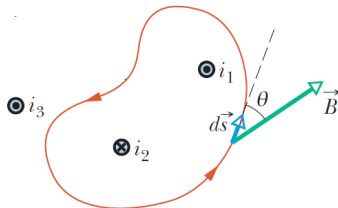
Ley de Ampere

Una alternativa a la **ley de Biot-Savart** para obtener el campo magnético generado por una corriente viene dada por la **ley de Ampere**,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i_{enc},$$

en donde se define una **trayectoria cerrada**, que encierre a la corriente i_{enc} .

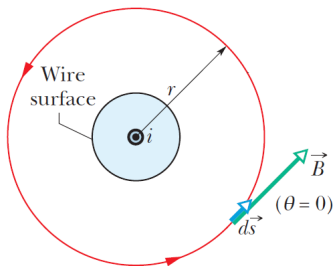
- Si la corriente apunta en el **sentido** de la regla de la mano derecha respecto al sentido de la integral cerrada, entonces es **positiva**.
- Si la corriente apunta en **sentido contrario**, entonces es **negativa**.



$$\Rightarrow i_{enc} = i_1 - i_2.$$

Ley de Ampere

Ley de Ampere: campo magnético externo a un alambre recto infinito



Considerando un **alambre infinito** que conduce una corriente i , saliendo de la página, se desea calcular el **campo magnético externo**, generado a una distancia r del mismo.

Aplicando la **ley de Ampere**,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i_{enc},$$

$$\text{donde: } \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = (2\pi r)B,$$

$$\text{siendo: } \mu_0 i_{enc} = \mu_0 i,$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$$

Ley de Ampere

Ley de Ampere: campo magnético interno a un alambre recto infinito

Considerando el mismo **alambre infinito** con corriente i , saliendo de la página, se desea conocer el **campo magnético interno**, generado a una distancia $r < R$, siendo R el radio del alambre.

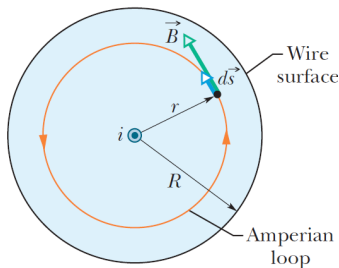
Aplicando la **ley de Ampere**,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i_{enc},$$

$$\text{donde: } \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = (2\pi r)B, \quad \text{con: } \mu_0 i_{enc} = \mu_0 i \frac{\pi r^2}{\pi R^2},$$

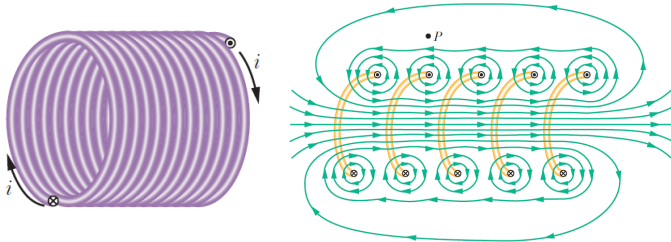
en donde se ha considerado una corriente **uniformemente** distribuida en la sección transversal del alambre, por tanto:

$$B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} \right) r.$$



Ley de Ampere

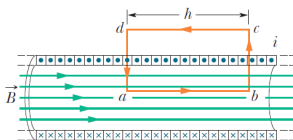
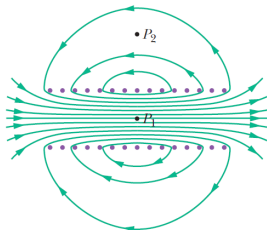
Campo magnético de un solenoide



- Un **solenoides** consiste de un alambre helicoidal fuertemente empaquetado que transporta corriente eléctrica.
- El **campo magnético** $\mathbf{B}$ generado por el solenoide es la **suma** vectorial de los campos generados de manera individual por cada una de las **vuelatas** del solenoide.
- En puntos **cercanos** al alambre, las líneas del campo $\mathbf{B}$ forman aprox. **círculos concéntricos**.
- En puntos **internos** alejados del alambre, $\mathbf{B}$ es aprox. **paralelo** al eje del solenoide.
- Para puntos **externos** al solenoide, el campo $\mathbf{B}$ es aprox. **cero**.

Ley de Ampere

Campo magnético de un solenoide



Para calcular el **campo magnético** $\mathbf{B}$ generado por un **solenoide ideal**, se aplica la **ley de Ampere**,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i_{enc},$$

$$\Rightarrow \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_a^b \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} + \int_b^c \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} + \int_c^d \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} + \int_d^a \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s},$$

donde el campo **externo** es **cero**, y el **interno** es **uniforme**:

$$\int_b^c \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_d^a \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad \forall \quad \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad \& \quad \int_c^d \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad \forall \quad \mathbf{B} = 0.$$

Ley de Ampere

Campo magnético de un solenoide

Con lo anterior, se tiene:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_a^b \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \int_a^b ds,$$
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = Bh \quad \forall \quad h = \text{longitud}.$$

Ahora considerando la **corriente** encerrada,

- i es la corriente de **una vuelta**.
- n es el número de vueltas por unidad de longitud del solenoide.
- La trayectoria cerrada encierra nh vueltas.

con lo cual se tiene:

$$i_{enc} = i(nh),$$

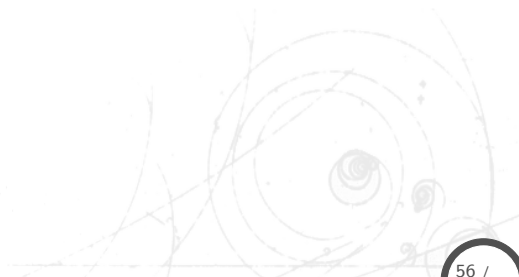
obteniendo finalmente para el campo magnético generado por el solenoide,

$$Bh = \mu_0 i n h \quad \Rightarrow \quad B = \mu_0 i n.$$

Contenido: Tema 02

2. Electricidad y magnetismo

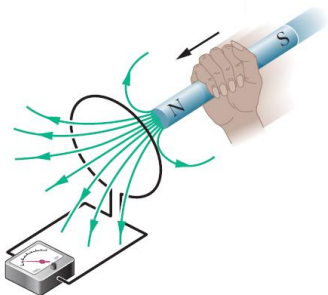
- 2.1 Ley de Coulomb, campo eléctrico
- 2.2 Ley de Gauss, potencial eléctrico
- 2.3 El campo magnético, ley de Ampere
- 2.4 Inducción, ley de Faraday, ley de Lenz



Inducción, ley de Faraday, ley de Lenz

Inducción, ley de Faraday

De la ley de Ampere, se había determinado que una corriente puede generar un campo magnético, sin embargo, lo inverso también es posible: un **campo magnético** puede producir un campo eléctrico, que a su vez puede generar una **corriente**.



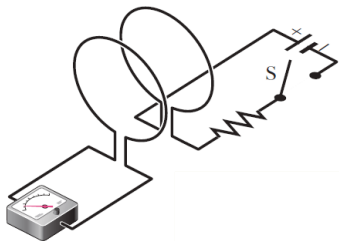
Si en un circuito, sin corriente eléctrica, se introduce una barra magnética, se observa:

- Aparece una corriente sólo cuando hay **movimiento relativo** entre el circuito y la barra magnética.
- Si no ha movimiento relativo, la corriente es **cero**.
- Movimientos mas **rápidos** producen **corrientes** mayores.
- Introducir la barra magnética genera una corriente en **cierta dirección**, y retirarla genera una corriente en dirección **contraria**.

Inducción, ley de Faraday, ley de Lenz

Inducción, ley de Faraday

- La corriente producida en el circuito se le conoce como **corriente inducida**.
- El trabajo realizado para generar la corriente (mover los electrones) se le llama **fuerza electromagnética, emf**.
- Producir la corriente y la emf se define como **inducción**.



Cuando dos circuitos se encuentran muy cerca, sin tocarse, se observa:

- Cuando se **activa** la corriente en uno de los circuitos, brevemente se **induce** una corriente en el otro.
- Cuando se **apaga** una corriente en uno de los circuitos, brevemente se **induce** una corriente en el otro, pero en sentido contrario.
- Por tanto, solo se puede **inducir** corriente, cuando otra corriente **cambia**.

Inducción, ley de Faraday, ley de Lenz

Inducción, ley de Faraday

Ley de Faraday de la inducción

Una fuerza electromagnética (emf) es **inducida** en un circuito cuando el **número** de líneas de campo que pasan a través del circuito **cambia**.

- El **número** de líneas de campo no es importante, si no la **razón** a la que cambia ese número.
- Al introducir la barra magnética en el circuito, el **número** de líneas cambia, **induciendo** una corriente.
- Si no se mueve la barra magnética, el número de líneas no cambia, con lo cual no se induce corriente.
- Al tener los dos circuitos cerca, y hacer pasar corriente en uno de ellos, se **genera** un campo magnético, **creando** líneas de campo, y al **incrementarse** el número de líneas **inducen** una corriente en el otro circuito.
- Al estabilizarse el número de líneas de campo generadas que penetran en el otro circuito, la corriente inducida es cero.

Inducción, ley de Faraday, ley de Lenz

Inducción, ley de Faraday

Para aplicar la **ley de Faraday**, se debe de calcular la cantidad de campo magnético que pasa a través de un circuito, con lo cual se define al **flujo magnético**:

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A},$$

Ley de Faraday

La **magnitud** de emf inducida, $\mathcal{E}$, en un circuito es igual a la **razón** a la cual el flujo magnético Φ_B a través del circuito **cambia** en función del tiempo.

El **weber**, Wb, es la unidad en SI del flujo magnético Φ_B :

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2.$$

La emf inducida $\mathcal{E}$ se **opone** al cambio de flujo, por lo cual:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt},$$

mientras que para un **solenoid** de N vueltas, la inducción de la corriente se dará en cada una:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Inducción, ley de Faraday, ley de Lenz

Ley de Lenz

Ley de Lenz

Una **corriente inducida** tiene una dirección tal que el campo magnético debido a esa corriente se **opone** al **cambio** en el flujo de campo magnético que induce esa corriente.

