Contenido

2. Electricidad y magnetismo

Contenido: Tema 02

2. Electricidad y magnetismo
2.1 Ley de Coulomb, campo eléctrico
2.2 Ley de Gauss, potencial eléctrico

Contenido: Tema 02

2. Electricidad y magnetismo

2.1 Ley de Coulomb, campo eléctrico

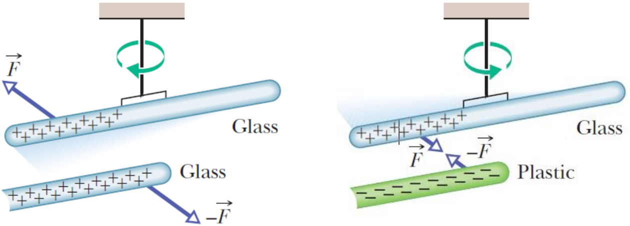
2.2 Ley de Gauss, potencial eléctrico

Ley de Coulomb

Carga eléctrica

La **carga eléctrica** es una propiedad intrínseca de las partículas elementales que forman toda la materia que nos rodea.

- Existen solo **dos tipos** de carga eléctrica: **positiva** y **negativa**.
- Si las cargas en un objeto están balanceadas, se dice que es **eléctricamente neutro**, y por el contrario se dice que existe un **exceso de carga**.
- Partículas con cargas eléctricas del mismo signo se **repelen**, y de signo contrario se **atraen**.



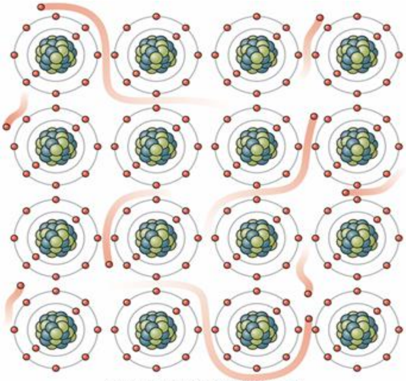
Ley de Coulomb

Conductores y aislantes

Conductores Materiales a través del cual la carga se mueve (casi!) **libremente**.

Aislantes Materiales que **no** permiten el paso de la carga.

Semiconductores Son materiales con propiedades de conducción **intermedia** entre conductores y aislantes.

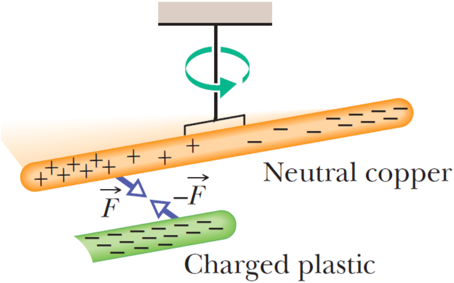


Los átomos que forman los materiales son eléctricamente **neutros**, ya que contienen la misma cantidad de carga **negativa** (electrones) que **positiva** (protones).

Cuando los átomos se juntan para formar un sistema **sólido**, los átomos pierden sus electrones más externos, los cuales se conocen como electrones de **conducción**.

Ley de Coulomb

Conductores y aislantes



Un ejemplo de la **movilidad** de las cargas en un material conductor esta dado por la interacción con un objeto cargado.

Cuando se acerca una barra cargada **negativamente** a una barra de cobre **neutra**, ésta presentará una **carga inducida**.

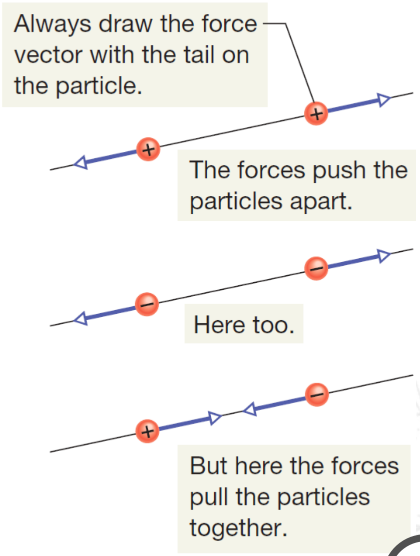
Lo anterior significa que parte de las cargas positivas y negativas del cobre se han separado, por efecto de la interacción con la barra cargada.

Ley de Coulomb

Ley de Coulomb

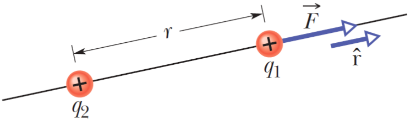
Cuando dos partículas cargadas se acercan una a la otra, ejercen una **fuerza electrostática** entre ellas.

- Partículas con el **mismo signo** de carga se **repelen**, siendo el vector de fuerzas dirigido **alejándose** de las partículas.
- Partículas con el **signo contrario** de carga se **atraen**, con el vector de fuerzas dirigido **hacia** ellas.
- Las unidades de la carga en el SI son el **coulomb**.



Ley de Coulomb

La ecuación de la fuerza electrostática actuando entre dos partículas cargadas es la **ley de Coulomb**, obtenida en 1785 por Charles-Augustin de Coulomb.



$$\mathbf{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r},$$

donde r es la separación entre las partículas y k la **constante electrostática**,

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \ \mathsf{N} \cdot \mathsf{m}^2/\mathsf{C}^2,$$

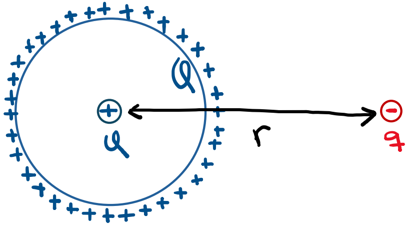
con ϵ_0 la **constante de permitividad**,

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \ \mathsf{C}^2/\mathsf{N} \cdot \mathsf{m}^2.$$

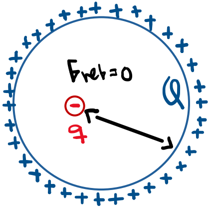
Para el caso en que se tienen n partículas cargadas en la cercanía de una partícula cargada, digamos 1, la fuerza neta en esta partícula será,

$$\mathbf{F}_{1,\text{net}} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{14} + \cdots + \mathbf{F}_{1n}.$$

Teorema 1



Teorema 2



Teorema 1: Una partícula cargada **fuera** de un caparazón con carga uniformemente distribuída en su superficie será atraida o repelida, como si toda la carga de la esfera se **concentrara** en su **centro**.

Teorema 2: Una partícula cargada **dentro** de un caparazón con carga uniformemente distribuída en su superficie **no** tendrá una **fuerza neta** actuando en ella debido al caparazón.

Ley de Coulomb

Cuantización y conservación de la carga

Cualquier carga positiva o negativa q que pueda ser detectada, se escribe como,

$$q = ne \quad \forall \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots,$$

es decir, esta **cuantizada**, donde $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C es la **carga elemental**.

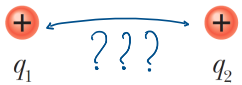
Otra propiedad de la carga es que esta no se crea ni se destruye, simplemente se transfiere de un cuerpo a otro, es decir, se **conserva**.

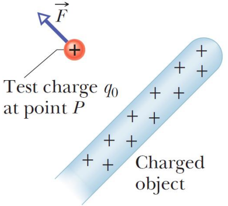
En particular, el protón y el electrón poseen una carga con magnitud de e cada uno, mientras que el neutrón no tiene carga eléctrica.

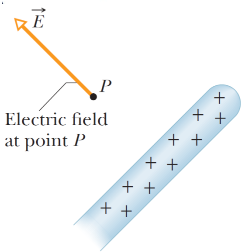
Particle	Symbol	Charge
Electron	e or e^-	$-e$
Proton	p	$+e$
Neutron	n	0

Campos eléctricos

Campo eléctrico







La manera en que la partícula 2 interactúa con la partícula 1, a pesar de que no se tocan, es mediante un **campo eléctrico** generado por la part. 2 en el espacio que la rodea.

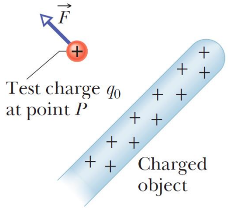
El campo eléctrico es un **campo vectorial**, y consiste de una distribución de vectores de campo eléctrico $\mathbf{E}$ en un punto determinado cerca del objeto cargado que lo genera.

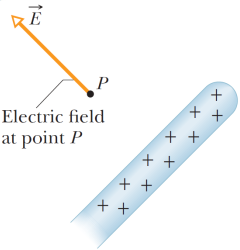
El campo eléctrico se puede conocer en un punto dado, al colocar una **carga de prueba** q_0 en ese punto, y medir la fuerza electrostática $\mathbf{F}$ en ella:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0}.$$

Campos eléctricos

Campo eléctrico





De la expresión del campo eléctrico,

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0},$$

se observa:

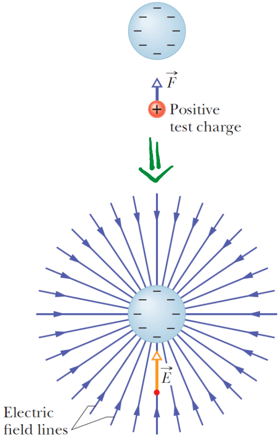
- La **dirección** de $\mathbf{E}$ es la misma que la determinada para $\mathbf{F}$.
- La **magnitud** del campo en un punto específico donde se localiza la carga de prueba es F/q_0.
- Sus **unidades** en el SI son newton entre coulomb: N/C
- El campo eléctrico **existe** independientemente de la carga de prueba.

Campos eléctricos

Líneas de campo eléctrico

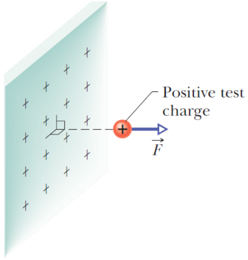
Michael Faraday introdujo la idea de las **líneas de campo eléctrico**, las cuales se encuentran en el espacio que rodea un objeto o una partícula cargada. Las reglas para dibujar las líneas de campo son las siguientes:

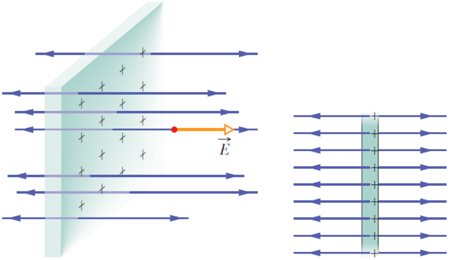
- En cualquier punto dado, el vector de campo eléctrico debe ser **tangente** a las líneas de campo a través de ese punto, y en la misma dirección.
- En un plano perpendicular a las líneas de campo, la **densidad relativa** de líneas representa la **magnitud relativa** del campo en esa zona.
- Las líneas de campo se extienden hacia **afuera** para cargas **positivas**, y hacia **adentro** para cargas **negativas**.

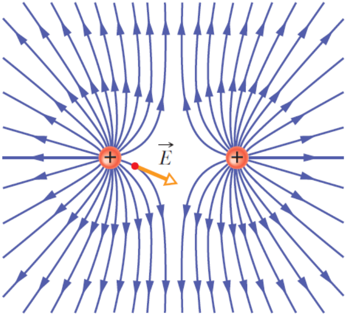


Campos eléctricos

Líneas de campo eléctrico







Campo eléctrico generado por una carga puntual

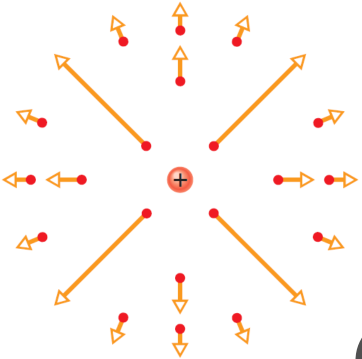
Para determinar el campo eléctrico de una **carga puntual** q, basta con colocar una carga positiva de prueba q_0 en la vecindad de la carga de interés, a una distancia r, obteniendo la fuerza:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\hat{\mathbf{r}}.$$

Con ello se obtiene el **campo eléctrico**, en la ubicación de la carga de prueba, como:

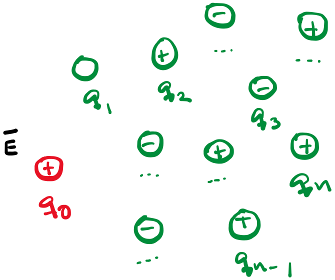
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}},$$

apuntando el campo hacia **afuera** si q es **positiva**, y hacia **adentro** si es **negativa**.



Campos eléctricos

Campo eléctrico generado por una carga puntual



Para obtener el campo eléctrico debido a muchas cargas puntuales en una carga de prueba (positiva) q_0 en un punto determinado, se calcula la **fuerza neta** en dicha carga $\mathbf{F}_0$:

$$\mathbf{F}_0 = \mathbf{F}_{01} + \mathbf{F}_{02} + \ldots + \mathbf{F}_{0n},$$

siendo $\mathbf{F}_{0n}$ la fuerza en q_0 debido a la carga q_n.

Con ello, se obtiene el campo eléctrico $\mathbf{E}$ como:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{\mathbf{F_0}}{q_0} = \frac{\mathbf{F}_{01}}{q_0} + \frac{\mathbf{F}_{02}}{q_0} + \ldots + \frac{\mathbf{F}_{0n}}{q_0}, \\ &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \ldots + \mathbf{E}_n, \end{aligned}$$

siendo $\mathbf{E}_n$ el campo eléctrico debido a la partícula n.

Campos eléctricos

Carga puntual en precencia de un campo eléctrico

Los efectos de un campo eléctrico en una carga puntual q, independiente de las cargas que generaron el campo, se puede calcular como,

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E},$$

en donde q es la carga de la partícula (incluyedo su signo) y $\mathbf{E}$ es el campo eléctrico, generado por otras cargas, en el punto donde se encuentra q.

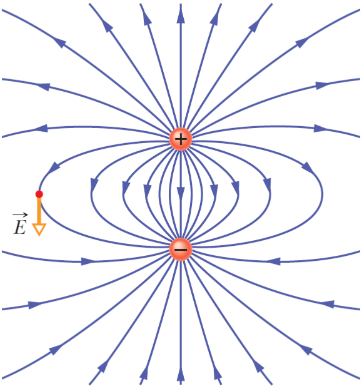
- El campo $\mathbf{E}$ se le conoce como el **campo externo**.
- La **fuerza electrostática** $\mathbf{F}$ actúa en la partícula con carga q, la cual se encuentra en un campo **externo** $\mathbf{E}$.
- $\mathbf{F}$ tiene la **misma** dirección que $\mathbf{E}$ si la carga de q es **positiva**, y dirección **opuesta** si es **negativa**.

Campos eléctricos

Campo eléctrico generado por un dipolo eléctrico

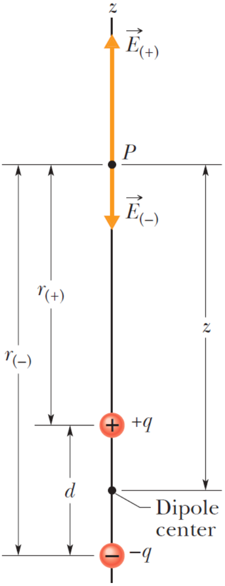
Un **dipolo eléctrico** se forma de dos partículas que poseen la misma carga q, pero de signo contrario.

- Las partículas están separadas por una distancia d **fija**.
- Se encuentran a lo largo del **eje del dipolo**, el cual es un eje de simetría del sistema.
- La **dirección** del campo eléctrico resultante en un punto determinado será **tangente** a las líneas de campo eléctrico.



Campos eléctricos

Campo eléctrico generado por un dipolo eléctrico



Calculando el **campo eléctrico** $\mathbf{E}$ neto en un punto P en el eje del dipolo, a una distancia z del centro del dipolo, con una separación d:

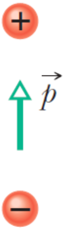
$$\begin{aligned} E &= E_{(+)} - E_{(-)}, \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_{(+)}^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_{(-)}^2}, \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z - {}^1\!/\!{}_2 d)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z + {}^1\!/\!{}_2 d)^2}, \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 z^3}\frac{d}{(1-(d/2z)^2)^2}, \end{aligned}$$

considerando distancias z **muy grandes**, en comparación con la separación del dipolo d:

$$E \approx \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{qd}{z^3} \quad \forall \quad z \gg d.$$

De la expresión obtenida para el campo eléctrico generado por el dipolo,

$$E \approx \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{qd}{z^3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{p}{z^3},$$



el producto qd relaciona las cantidades características del dipolo: la **carga** q y la **distancia** d, lo cual representa la magnitud del **momento dipolar eléctrico** $\mathbf{p}$.

- La **dirección** de $\mathbf{p}$ se toma del extremo negativo al positivo del dipolo.
- El campo eléctrico del dipolo varía como $^1/_{r^3}$ para cualquier punto **distante**, independientemente de si esta o no en el eje del dipolo.
- El campo eléctrico del dipolo **decrece** más rápido en función de la distancia, en comparación con el campo generado por una carga puntual.

Contenido: Tema 02

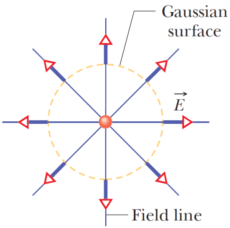
2. Electricidad y magnetismo
2.1 Ley de Coulomb, campo eléctrico
2.2 Ley de Gauss, potencial eléctrico

Ley de Gauss, potencial eléctrico

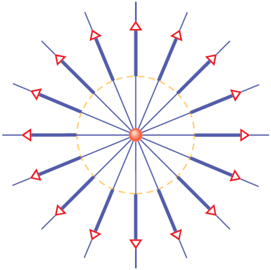
Flujo eléctrico

La **carga** es encerrada en una superficie, conocida como **superficie Gaussiana**, y las líneas de **campo eléctrico** penetran las superficie.

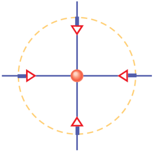
Como el **número de líneas** de campo que atraviesan la sup. Gaussiana es proporcional al campo $E = kQ/r^2$, entonces nos da información sobre la **carga** dentro de la superficie.



Carga encerrada: Q

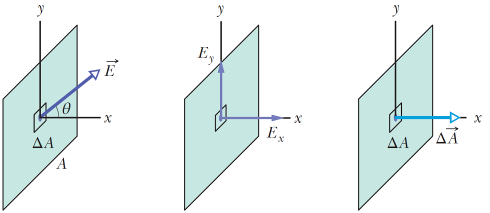


Carga encerrada: $2Q$



Carga encerrada: $-0.5Q$

Considerando una superficie de área A siendo atravesada por líneas de campo generadas por un campo eléctrico $\mathbf{E}$,



siendo el vector $\Delta\mathbf{A}$ perpendicular a la superficie.

Se tiene el **enclavamiento** de $\mathbf{E}$ en una sección de área ΔA, por tanto se define el **flujo eléctrico** a través de la superficie como,

$$\Delta\Phi = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{A},$$

reduciendo las secciones de área: $\Delta A \rightarrow dA$, y sumando en toda la superficie tales secciones, se tiene para el flujo:

$$\Phi = \int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A}.$$

Ley de Gauss, potencial eléctrico

Flujo eléctrico

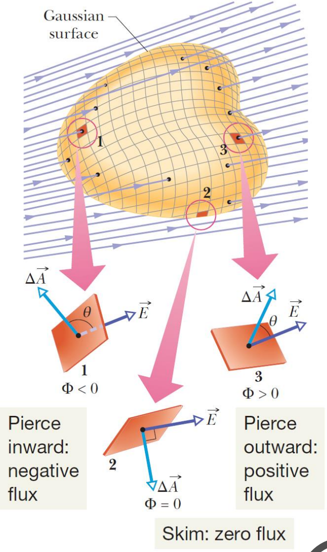
Para poder llegar a la idea original de encerrar carga, se requiere de la integral del flujo eléctrico en una **superficie cerrada**, en donde:

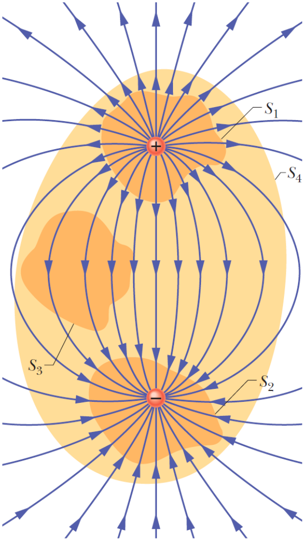
- Líneas de campo **entrante** dan un flujo **negativo**.
- Líneas de campo **saliente** dan un flujo **positivo**.
- Líneas de campo **paralelas** a la superficie dan un flujo **cero**.

con lo cual se obtiene el **flujo neto**:

$$\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A},$$

siendo las unidades en el SI de Φ: $\mathrm{N{\cdot}m^2/C}$.





La **ley de Gauss** establece que el flujo que atravieza una superficie cerrada es proporcional a la **carga encerrada** por dicha superficie,

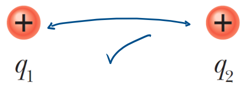
$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q_{enc},$$

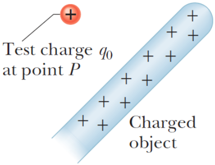
siendo q_{enc} la carga **neta** encerrada, con lo cual:

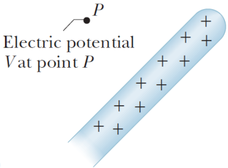
- Si q_{enc} es **positiva** el flujo es **saliente**.
- Si q_{enc} es **negativa** el flujo es **entrante**.
- Cargas **externas** a la superficie de Gauss no contribuyen al flujo.

Ley de Gauss, potencial eléctrico

Potencial eléctrico







- Si la partícula 1, con carga q_1, se libera del punto P, comenzará a moverse y por tanto ganará **energía cinética** K.
- Esa energía proviene de una **energía potencial** U asociada a la **fuerza de Coulomb**.
- A su vez, esa energía proviene por un **potencial eléctrico** V generado por la partícula 2, con carga q_2, en el punto P.
- Con lo cual la energía U del sistema de dos partículas será dado por la partícula 1 y el potencial V generado por la partícula 2:

$$U = qV \quad \forall \quad U = -W.$$

- Las unidades de V son: 1 volt = 1 joule/coulomb.

Potencial eléctrico

Para el caso cuando una partícula con carga q se mueve de un punto **inicial** i a un punto **final** f, la energía potencial cambiará como:

$$\Delta U = q\Delta V = q(V_f - V_i),$$

siendo ΔU $+$ o $-$, dependiendo del **signo** de la carga q y ΔV.

Campos conservativos Al ser la fuerza eléctrica **conservativa**, ΔU es **independiente** de la trayectoria entre i y f.

Trabajo Se tiene,

$$W = -\Delta U = -q\Delta V = -q(V_f - V_i),$$

es decir, W es el trabajo realizado por el **campo eléctrico** en la partícula.

Conservación de la energía Si una partícula cargada se mueve a través de un campo eléctrico, entonces la energía se **conserva**:

$$U_i + K_i = U_f + K_f \quad \Rightarrow \quad \Delta K = -\Delta U,$$
$$\therefore \quad \Delta K = -q\Delta V = -q(V_f - V_i).$$

De manera general, para calcular el **potencial eléctrico** de un sistema, se procede como sigue:

$$\begin{aligned} dW &= \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}, \\ &= q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \ \ \forall \ \ \mathbf{F} = q_0 \mathbf{E}, \end{aligned}$$

para calcular el trabajo total, se integra desde un punto inicial i a un punto final f en la trayectoria,

$$W = q_0 \int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s},$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = V_f - V_i = -\int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \ \ \forall \ \ W = -\Delta V,$$

y considerando que $V_i = 0$, entonces se obtiene:

$$V = -\int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s},$$

siendo V el potencial eléctrico en algún punto f, respecto al potencial cero en el punto i (infinito).

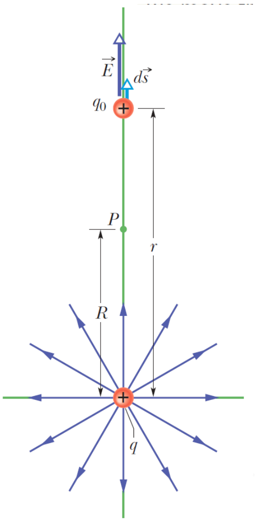
Se desea conocer el **potencial eléctrico** V en un punto P, relativo al cero de V en el infinito, dependiente de un campo eléctrico $\mathbf{E}$, generados por una carga q.

Se considera que se mueve una partícula de prueba q_0 desde el punto P, ubicado en R, hasta el infinito:

$$V_\infty - V_R = -\int_R^\infty \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s},$$
$$\Rightarrow \quad -V_R = -\int_R^\infty E dr,$$

en donde el campo eléctrico E es:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}.$$



Sustituyendo el valor de E, se tiene para el **potencial eléctrico**:

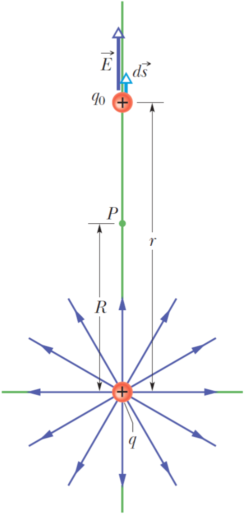
$$-V_R = -\int_R^{\infty} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R},$$

$$\therefore \quad V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}.$$

De lo anterior se observa que $V < 0$ para partículas con carga **negativa**, y $V > 0$ para partículas con carga **positiva**.

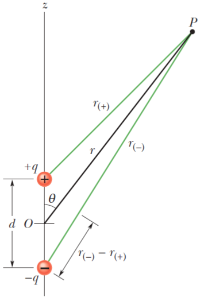
Finalmente, para el potencial de un **grupo** de partículas cargadas, se tiene:

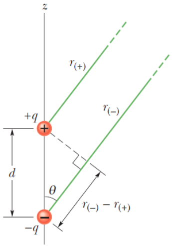
$$V = \sum_{i=i}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}.$$



Ley de Gauss, potencial eléctrico

Potencial eléctrico debido a un dipolo





Calculando el potencial eléctrico en un punto arbitrario P generado por un **dipolo**,

$$V = \sum_{i=1}^{2} V_i = V_{(+)} + V_{(-)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{r_{(+)}} + \frac{-q}{r_{(-)}}\right),$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(-)}r_{(+)}},$$

considerando que $r \gg d$, es decir, puntos P muy alejados del dipolo, entonces:

$$r_{(-)} - r_{(+)} \approx d\text{Cos}\theta \quad \& \quad r_{(-)}r_{(+)} \approx r^2,$$

$$\therefore \quad V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{d\text{Cos}\theta}{r^2},$$

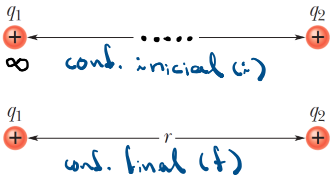
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p\text{Cos}\theta}{r^2} \quad \forall \quad p = qd.$$

Ley de Gauss, potencial eléctrico

Energía de un potencial eléctrico

Para el caso en que se traen desde el infinito dos partículas q_1 y q_2 para que interactúen a una distancia r fija entre ellas, se tiene:

- Si las dos partículas tienen signos de carga **iguales**, entonces el trabajo aplicado[1] en ellas es **positivo** $\Rightarrow U$ es **positivo**.
- Si las dos partículas tienen signos de carga **diferentes**, ahora el trabajo aplicado será **negativo** $\Rightarrow U$ es **negativo**.



- La configuración **inicial** es cuando la carga q_2 esta fija, y la carga q_1 se encuentra en el infinito, con U_i.
- La configuración **final** es cuando la carga q_1 se encuentra a una distancia r de q_2, con U_f.

$$\therefore \quad \Delta U = U_f - U_i = q_1(V_f - V_i).$$

[1] El trabajo aplicado $W_a = -W$.

De la expresión anterior, considerando que la energía potencial en el infinito es cero, entonces $U_i = V_i = 0$, con lo cual:

$$\begin{aligned} U_f - U_i &= q_1(V_f - V_i), \\ \Rightarrow \quad U_f &= q_1 V_f, \\ U_f &= q_1 \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r} \right) \quad \forall \;\; V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}, \\ \therefore \quad U &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}. \end{aligned}$$

- Si las dos cargas tienen el **mismo** signo, entonces U es **positiva**, y si son de signos **opuestos**, U es **negativa**.
- La energía potencial eléctrica de un **sistema** de partículas es la **suma** de las energías potenciales de cada **par** de partículas en el sistema.