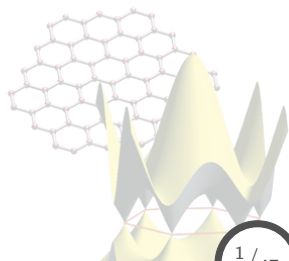
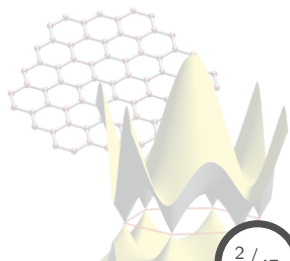


3. Modelo del gas de electrones libres



Contenido: Tema 03

- 3. Modelo del gas de electrones libres
 - 3.1 Modelo del gas de Fermi
 - 3.2 Gas de electrones en tres dimensiones
 - 3.3 Capacidad calorífica, conductividad eléctrica y térmica del gas de electrones
 - 3.4 Movimiento en campos magnéticos: Efecto Hall



Contenido: Tema 03

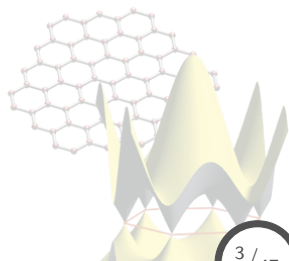
3. Modelo del gas de electrones libres

3.1 Modelo del gas de Fermi

3.2 Gas de electrones en tres dimensiones

3.3 Capacidad calorífica, conductividad eléctrica y térmica del gas de electrones

3.4 Movimiento en campos magnéticos: Efecto Hall



Modelo del gas de Fermi

Motivación del modelo del gas de electrones libres

La motivación del **modelo del gas de electrones libres** fue el poder explicar propiedades tales como:

conductividad eléctrica,

conductividad térmica,

capacidad calorífica,

susceptibilidad magnética

de los metales **alcalinos** y **nobles**.

<http://www.ktf-split.hr/periodni/en/>

1 1.0079 H HYDROGEN																	18 39.948 Ar ARGON	
3 6.941 Li LITHIUM	4 9.0122 Be BERYLLIUM																	19 39.098 K POTASSIUM
11 22.990 Na SODIUM	12 24.305 Mg MAGNESIUM																	20 40.078 Ca CALCIUM
19 39.098 K POTASSIUM	20 40.078 Ca CALCIUM	21 44.956 Sc SCANDIUM	22 47.867 Ti TITANIUM	23 50.942 V VANADIUM	24 51.996 Cr CHROMIUM	25 54.938 Mn MANGANESE	26 55.845 Fe IRON	27 58.933 Co COBALT	28 58.693 Ni NICKEL	29 63.546 Cu COPPER	30 65.39 Zn ZINC	31 69.723 Ga GALLIUM	32 72.64 Ge GERMANIUM	33 74.922 As ARSENIC	34 78.96 Se SELENIUM	35 79.904 Br BROMINE	36 83.80 Kr KRYPTON	
37 85.468 Rb RUBIDIUM	38 87.62 Sr STRONTIUM	39 88.906 Y YTTORIUM	40 91.224 Zr ZIRCONIUM	41 92.906 Nb NIOBIO	42 95.94 Mo MOLYBDENUM	43 98.906 Tc TECHNETIUM	44 101.07 Ru RUTHENIUM	45 102.91 Rh RHODIUM	46 106.42 Pd PALLADIUM	47 107.87 Ag SILVER	48 112.41 Cd CADMIUM	49 114.82 In INDIUM	50 118.71 Sn TIN	51 121.76 Sb ANTIMONY	52 127.60 Te TELLURIUM	53 126.90 I IODINE	54 131.29 Xe XENON	
55 132.91 Cs CAESIUM	56 137.33 Ba BARIUM	57-71 La-Lu Lanthanide	72 178.49 Hf HAFNIUM	73 180.95 Ta TANTALUM	74 183.84 W WOLFRAM	75 186.21 Re RHENIUM	76 190.23 Os OSMIUM	77 192.22 Ir IRIDIUM	78 195.08 Pt PLATINUM	79 196.97 Au GOLD	80 200.59 Hg MERCURY	81 204.38 Tl THALLIUM	82 207.2 Pb LEAD	83 208.98 Bi BISMUTH	84 (209) Po POLONIUM	85 (210) At ASTATINE	86 (222) Rn RADON	
87 (223) Fr FRANCIUM	88 (226) Ra RADIUM	89-103 Ac-Lr Actinide	104 (261) Rf RUTHERFORDIUM	105 (262) Db DUBNIUM	106 (266) Sg SEABORGIUM	107 (264) Bh BOHRIUM	108 (277) Hs HASSIUM	109 (288) Mt MEITNERIUM	110 (281) Uun UNUNNIUM	111 (272) Uuu UNUNUNIUM	112 (285) Uub UNBIBIUM	114 (289) Uuq UNUNQUADIUM						

RELATIVE ATOMIC MASS (A)

GROUP IUPAC

GROUP CAS

SYMBOL

ELEMENT NAME

Metal

Semimetal

Nonmetal

1 Alkali metal

2 Alkaline earth metal

3 Transition metals

Lanthanide

Actinide

Chalcogens element

Halogens element

Noble gas

STANDARD STATE (25 °C; 101 kPa)

Ne - gas

Fe - solid

Ga - liquid

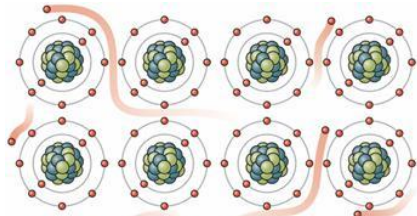
Ti - synthetic

Modelo del gas de Fermi

Metales alcalinos y nobles

Los metales **alcalinos** y **nobles** poseen en las capas electrónicas más externas estados de **valencia** de simetría s .¹

Consideremos un cristal de Na,



$$\text{Conf. elec.} \Rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^1,$$

$$\text{Est. Cristalina} \Rightarrow \text{bcc},$$

$$a_0 = 4.225 \text{ \AA},$$

$$R_{ion}(\text{Na}^+) = 0.98 \text{ \AA}.$$

Calculando la fracción de vol. ocupado por los iones,

$$V_{cell} = a_0^3 = 75.4 \text{ \AA}^3,$$

$$V_{ion} = 8\pi R_{ion}^3/3 = 7.88 \text{ \AA}^3,$$

$$\Rightarrow f_{ion} = \frac{V_{ion}}{V_{cell}} = 10.5\%.$$

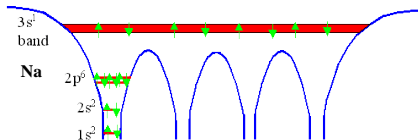
por tanto, casi el **90%** del espacio es ocupado por la nube electrónica, siendo que en tales sistemas se puede llegar a tener un **camino libre medio** de hasta 10^8 dist. interatómicas (aprox. 1cm).

¹aun los metales nobles, ya que tienen capas d llenas.

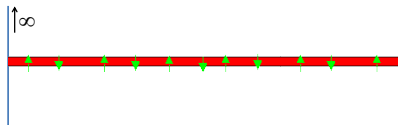
Modelo del gas de Fermi

Modelo del gas de electrones libres

Potencial real



Potencial modelo



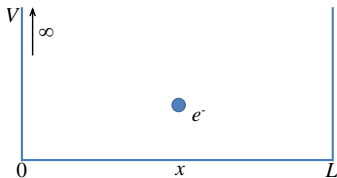
El modelo de **gas de electrones libres (gas de Fermi)** es el modelo más simple para describir un metal, y considera lo siguiente:

- El cristal contempla un número fijo de N iones positivos, considerados como carga de **background**,
- se cuenta con un M electrones, los cuales no interaccionan con los iones o entre ellos, moviéndose **libremente** por el cristal,
- los electrones cumplen con el **principio de exclusión de Pauli**.

Modelo del gas de Fermi

Modelo del gas de electrones libres en una dimensión

Consideremos en el **modelo del gas de electrones libres** un electrón e^- de masa m , en una caja de potencial unidimensional de long. L cuyas barreras son infinitas,



Resolviendo la ecuación anterior, se obtiene la sig. información,

$\psi_n \leftarrow$ orbitales,

$\epsilon_n \leftarrow$ energía de ψ_n ,

siendo la ec. de Schrödinger

$$H\psi = \epsilon\psi \quad \forall \quad V = 0,$$

$$H = p^2/2m \quad \forall \quad p = -i\hbar\partial_x,$$

$$\therefore -\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2\psi = \epsilon\psi,$$

$$\text{con: } \psi = 0 \quad \forall \quad x = 0, L.$$

por tanto, la forma general de la ec. será,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2\psi_n(x) = \epsilon_n\psi_n(x).$$

Modelo del gas de Fermi

Modelo del gas de electrones libres en una dimensión

De la ec. de movimiento anterior,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2\psi_n(x) = \epsilon_n\psi_n(x).$$

se obtiene como solución,

$$\psi_n(x) = A\text{Sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right) = A\text{Sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda_n}x\right),$$

Como ejem. Consideremos 6 $e^- \Rightarrow$ el estado base será:

donde $\lambda_n = 2L/n \rightarrow L = n\lambda_n/2$.

arrojando el **espectro de energía**,

$$\epsilon_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 n^2.$$

siendo la ocupación de cada nivel de energía de **a lo más** dos electrones.

Cada e^- está caract. por los sig. **números cuánticos**,

$n \rightarrow$ principal,

$m_s = \pm 1/2 \rightarrow$ magnético.

n	m_s	Oc.	n	Total e^-
1	\uparrow	1	1	1
1	\downarrow	2	2	2
2	\uparrow	1	1	3
2	\downarrow	2	2	4
3	\uparrow	1	1	5
3	\downarrow	2	2	6

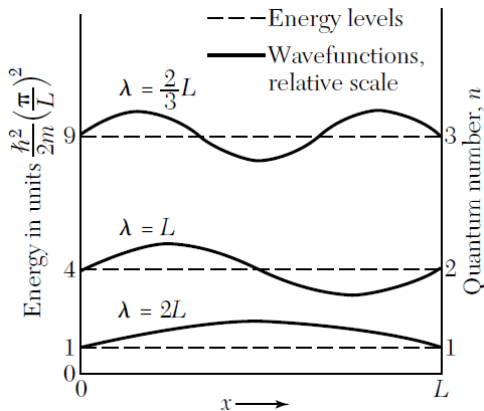
Modelo del gas de Fermi

Modelo del gas de electrones libres en una dimensión

Calculando los valores de energía para cada nivel,

$$E_n = \frac{\epsilon_n}{\hbar^2 \pi^2 / 2mL^2} = n^2,$$

n	E_n	$\lambda_n = 2L/n$
1	1	$2L$
2	4	L
3	9	$2L/3$
4	16	$L/2$



en donde E_1 representa el estado de más **baja energía**, y λ_n la **longitud de onda** del orbital n .

Modelo del gas de Fermi

Modelo del gas de electrones libres en una dimensión: energía de Fermi

Si denotamos,

n_F = nivel energético del último estado ocupado,

en donde se empiezan a poblar con niveles con $n = 1$ (siendo éste el nivel más bajo) hasta el total de N e^- , entonces $2n_F = N$.

Por tanto, definimos la **energía de Fermi** ϵ_F , como la energía del último nivel ocupado (n_F):

$$\epsilon_F = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 n_F^2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi N}{2L} \right)^2 \quad \forall \quad T = 0.$$

en donde se observa que ϵ_F depende de la densidad N/L (1D).

²considerando un número par total de partículas N .

Modelo del gas de Fermi

Modelo del gas de electrones libres en una dimensión: distribución Fermi-Dirac

Para tomar en cuenta los efectos de temperatura en la distribución de los niveles de energía, consideremos la estadística de **Fermi-Dirac**, utilizando la sig. función de distribución:

$$f(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)\beta} + 1} \quad \forall \quad \beta = \frac{1}{k_B T}.$$

Distribución de Fermi-Dirac: la probabilidad de que un orbital a energía ϵ sea ocupado en un gas de electrones ideal, en equilibrio térmico.

En tal distrubución, se tienen las siguientes características:

Potencial químico μ

$$\begin{aligned} \text{if } f &= 0.5 \Rightarrow \epsilon = \mu, \\ \lim_{T \rightarrow 0} \mu &= \epsilon_F \quad \forall \quad \mu < \epsilon_F. \end{aligned}$$

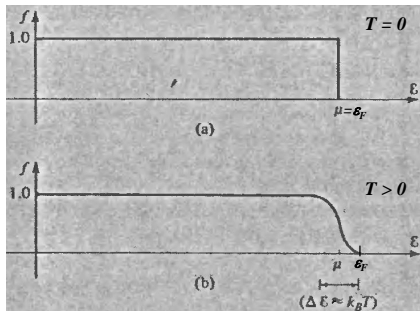
Función de distribución

$$\lim_{T \rightarrow 0} f(\epsilon) = \begin{cases} 1 & \epsilon < \mu \\ 0 & \epsilon > \mu \end{cases}$$

Modelo del gas de Fermi

Modelo del gas de electrones libres en una dimensión: distribución Fermi-Dirac

Analizando el efecto de T en $f(\epsilon)$,



\therefore se observa que **sólo** los electrones en un rango de energía $\Delta\epsilon = k_B T$ podrán ser excitados.

Cuantificando el efecto de T , comparemos con la **temperatura de Fermi** de sistemas metálicos,

$$T_F = \frac{\epsilon_F}{k_B} \approx 10^4 \text{ K}$$

mientras que en condiciones de laboratorio se tiene $T = 300 \text{ K}$, por tanto el rango de energía de $f(\epsilon)$ afectado por T es:

$$T_F \approx 10^4 \text{ K} \quad \& \quad T \approx 10^2 \text{ K} \\ \Rightarrow \quad \epsilon/\epsilon_F = T/T_F = 10^{-2}$$

\therefore sólo los e^- en el rango energía $\epsilon = 0.01\epsilon_F$ serán excitados.

Contenido: Tema 03

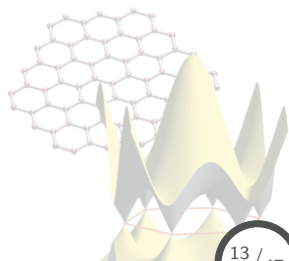
3. Modelo del gas de electrones libres

3.1 Modelo del gas de Fermi

3.2 Gas de electrones en tres dimensiones

3.3 Capacidad calorífica, conductividad eléctrica y térmica del gas de electrones

3.4 Movimiento en campos magnéticos: Efecto Hall



Gas de electrones en tres dimensiones

Solución del sistema en 3D

Para el caso de un sistema en 3D:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \epsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}),$$

en donde los e^- están confinados en un cubo de arista $L \therefore V = L^3$.

La sol. propuesta es del tipo:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = Ae^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}},$$

obteniendo la cte. A por las condiciones de normalización,

$$1 = \int_V \psi_{\mathbf{k}}^* \psi_{\mathbf{k}} d\mathbf{r},$$
$$\Rightarrow A = (1/V)^{1/2} = (1/L)^{3/2}.$$

Los orbitales deben cumplir con las sig. condiciones de frontera:

$$\psi_{\mathbf{k}}(x, y, z) = \psi_{\mathbf{k}}(x + L, y, z),$$

$$\psi_{\mathbf{k}}(x, y, z) = \psi_{\mathbf{k}}(x, y + L, z),$$

$$\psi_{\mathbf{k}}(x, y, z) = \psi_{\mathbf{k}}(x, y, z + L),$$

lo cual arroja las siguientes relaciones para el vector \mathbf{k} ,

$$k_x = \frac{n\pi}{L}, \quad k_y = \frac{m\pi}{L}, \quad k_z = \frac{l\pi}{L},$$

en donde $n, m, l \in \mathbb{Z}$.

Gas de electrones en tres dimensiones

Espectro de energía

Calculando ahora el espectro de energía,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \epsilon_{\mathbf{k}}\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$$

$$\forall \quad \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}},$$

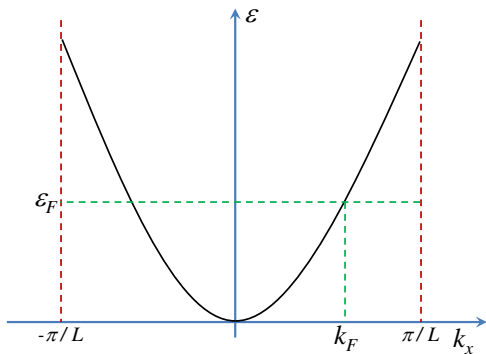
$$\Rightarrow \epsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2}{2m} |\mathbf{k}|^2,$$

$$\epsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2}{2m} |k_x^2 + k_y^2 + k_z^2|,$$

en donde la **energía de Fermi** viene dada como,

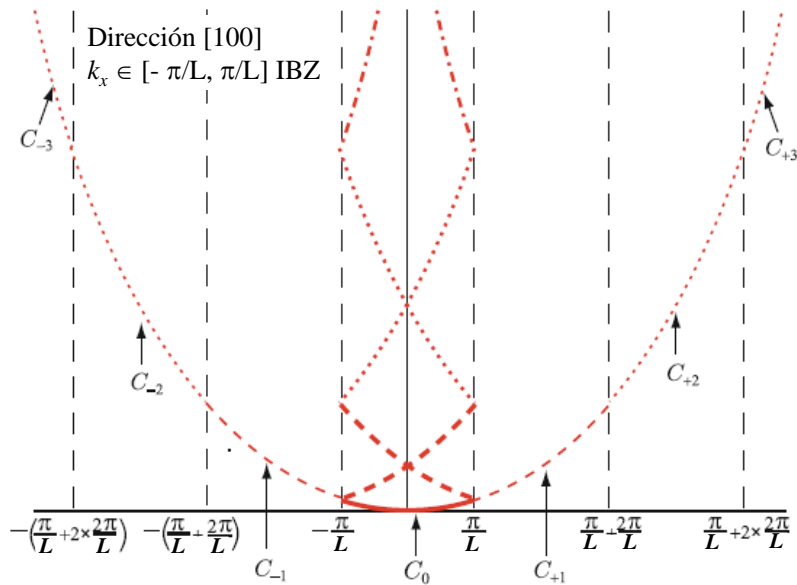
$$\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} |\mathbf{k}_F|^2.$$

La ecuación anterior representa una relación en 4D, por lo que para analizarla se escogen **camino de alta simetría**, como por ejemplo una dirección k_x en la IBZ: $k_x \in [-\pi/L, \pi/L]$.



Gas de electrones en tres dimensiones

Espectro de energía en esquema de zona extendida



Gas de electrones en tres dimensiones

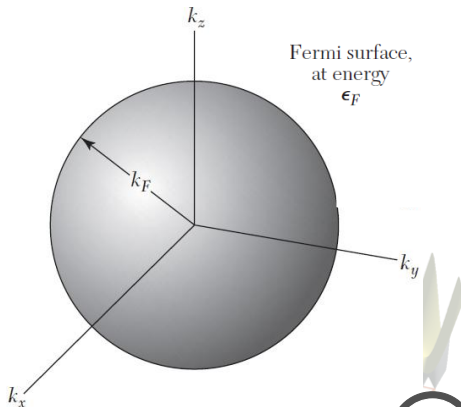
Superficie de Fermi

Otra manera de representar la estructura electrónica ³ es fijar el valor de la energía a la **energía de Fermi** ϵ_F ,

$$\epsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2}{2m} |k_x^2 + k_y^2 + k_z^2|^2 \Rightarrow \epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} |\mathbf{k}_F|^2,$$

La ec. anterior representa una superficie en el espacio 3D, conocida como **superficie de Fermi**, que para el caso del electrón libre, es una **esfera** con radio k_F ,

$$\begin{aligned} N &= 2 \frac{\text{vol. esfera de Fermi}}{\text{vol. IBZ}}, \\ &= 2 \frac{4\pi k_F^3/3}{(2\pi/L)^3}, \\ k_F &= \left(3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{1/3}. \end{aligned}$$



Gas de electrones en tres dimensiones

Densidad de estados

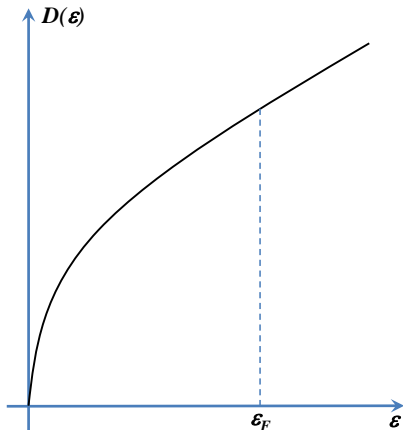
Calculando la **densidad de estados** $D(\epsilon) = dN/d\epsilon$ para el gas de Fermi confinado en una esfera de radio $k < k_F$,

$$\begin{aligned} N &= 2 \frac{\text{vol. esfera radio } k}{\text{vol. IBZ}}, \\ &= 2 \frac{4\pi k^3/3}{(2\pi/L)^3} = \frac{V k^3}{3\pi^2}, \\ &= \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \epsilon \right)^{3/2} \end{aligned}$$

en donde $\epsilon_k = \hbar^2 k^2 / 2m$.

Por tanto, la densidad de estados es para el gas de Fermi es:

$$D(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon^{1/2}.$$



Gas de electrones en tres dimensiones

Densidad de estados: efecto de temperatura

Considerando los efectos de la temperatura en $D(\epsilon)$ mediante la función de distribución de Fermi-Dirac,

$$D(\epsilon) \rightarrow D(\epsilon)f(\epsilon) \quad \forall \quad T > 0,$$

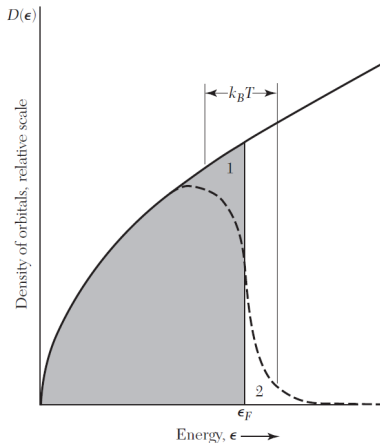
en donde,

$$f(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)\beta} + 1} \quad \forall \quad \beta = \frac{1}{k_B T},$$

cumplíendose,

$$N = \int_0^{\epsilon_F} D(\epsilon) d\epsilon \quad \forall \quad T = 0,$$

$$N = \int_0^{\infty} D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon \quad \forall \quad T > 0.$$



Gas de electrones en tres dimensiones

Velocidad de Fermi

Para conocer el significado de \mathbf{k} , apliquemos el **operador de momento**

$\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla$ al orbital $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ obtenido:

$$\hat{\mathbf{p}}\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = -i\hbar\nabla \left(\frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \right) = \hbar\mathbf{k} \left(\frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \right) = \hbar\mathbf{k}\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$$

por tanto, $\hbar\mathbf{k}$ es el **eigenvalor** de $\hat{\mathbf{p}}$.

Sin embargo, el eigenvalor de $\hat{\mathbf{p}}$ es el momento $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, entonces,

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \hbar\mathbf{k} \quad \therefore \quad \mathbf{v} = \frac{\hbar}{m}\mathbf{k},$$

lo cual representa la velocidad del e^- en el orbital $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$.

Ahora, para el caso del **vector de Fermi** \mathbf{k}_F , obtenemos la **velocidad de Fermi**,

$$v_F = \frac{\hbar}{m}k_F \quad \Rightarrow \quad v_F = \frac{\hbar}{m} \left(3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{1/3} \quad \forall \quad k_F = \left(3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{1/3}.$$

Gas de electrones en tres dimensiones

Parámetros de de metales al nivel de Fermi

Valency	Metal	Fermi wavevector, in cm^{-1}	Fermi velocity, in cm s^{-1}	Fermi energy, in eV	Fermi temperature $T_F = \epsilon_F/k_B$, in deg K
1	Li	1.11×10^8	1.29×10^8	4.72	5.48×10^4
	Na	0.92	1.07	3.23	3.75
	K	0.75	0.86	2.12	2.46
	Rb	0.70	0.81	1.85	2.15
	Cs	0.64	0.75	1.58	1.83
	Cu	1.36	1.57	7.00	8.12
	Ag	1.20	1.39	5.48	6.36
	Au	1.20	1.39	5.51	6.39
2	Be	1.93	2.23	14.14	16.41
	Mg	1.37	1.58	7.13	8.27
	Ca	1.11	1.28	4.68	5.43
	Sr	1.02	1.18	3.95	4.58
	Ba	0.98	1.13	3.65	4.24
	Zn	1.57	1.82	9.39	10.90
	Cd	1.40	1.62	7.46	8.66
3	Al	1.75	2.02	11.63	13.49
	Ga	1.65	1.91	10.35	12.01
	In	1.50	1.74	8.60	9.98
4	Pb	1.57	1.82	9.37	10.87
	Sn(w)	1.62	1.88	10.03	11.64

Gas de electrones en tres dimensiones

Potencial químico

Obteniendo una expresión del **potencial químico** ($T > 0$), en función de T y las propiedades intrínsecas del sistema ⁴,

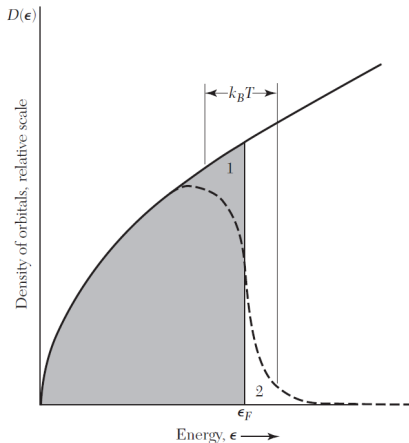
$$N = \int_0^{\infty} D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon,$$

$$\forall \quad f(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)\beta} + 1},$$

en la cual, considerando que $\forall T$, $T \ll T_F$, $D(\epsilon)_{T=0} \sim D(\epsilon)_{T>0}$, siendo que existen pequeñas diferencias en un rango $k_B T$ en la vecindad de μ , por tanto,

$$D(\epsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} \left| \frac{d^n D(\epsilon)}{d\epsilon^n} \right|_{\mu} \frac{(\epsilon - \mu)^n}{n!}.$$

⁴como la energía o temperatura de Fermi.



Gas de electrones en tres dimensiones

Potencial químico: expansión de Sommerfeld

Sustituyendo la expresión propuesta de $D(\epsilon)$ en la integral de N , se obtiene la **expansión de Sommerfeld**,

$$\begin{aligned} N &= \int_0^\mu D(\epsilon) d\epsilon + \sum_{n=1}^{\infty} (k_B T)^{2n} a_n \left| \frac{d^{2n-1} D(\epsilon)}{d\epsilon^{2n-1}} \right|_\mu,^5 \\ N &= \int_0^\mu D(\epsilon) d\epsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \left| \frac{dD(\epsilon)}{d\epsilon} \right|_\mu + \dots \\ &\quad \dots + \frac{7\pi^4}{360} (k_B T)^4 \left| \frac{d^3 D(\epsilon)}{d\epsilon^3} \right|_\mu + O\left(\frac{k_B T}{\mu}\right)^6, \end{aligned}$$

Para el caso en que $T \ll T_F$ ⁶, el número de partículas puede ser aproximado con términos hasta T^2 ,

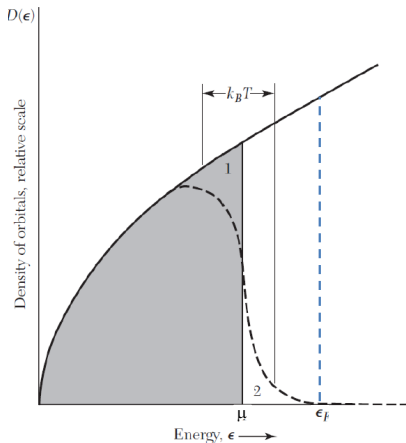
$$N = \int_0^\mu D(\epsilon) d\epsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \left| \frac{dD(\epsilon)}{d\epsilon} \right|_\mu + O\left(\frac{k_B T}{\mu}\right)^4.$$

⁵en donde a_n son ctes adimensionales del orden de la unidad.

⁶situación que siempre se cumple en los metales.

Gas de electrones en tres dimensiones

Potencial químico: expansión de Sommerfeld



Debido a que $D(\epsilon)_{T=0} \sim D(\epsilon)_{T>0}$, podemos aprox. la integral,

$$\int_0^\mu D(\epsilon) d\epsilon \sim \int_0^{\epsilon_F} D(\epsilon) d\epsilon + \dots \\ \dots + (\mu - \epsilon_F) D(\epsilon_F),$$

\therefore sust. en la expresión de N ,

$$N = \int_0^\mu D(\epsilon) d\epsilon + \dots \\ \dots + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 D'(\epsilon_F)$$

$$\Rightarrow N = \int_0^{\epsilon_F} D(\epsilon) d\epsilon + (\mu - \epsilon_F) D(\epsilon_F) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 D'(\epsilon_F).$$

Gas de electrones en tres dimensiones

Potencial químico: expansión de Sommerfeld

De la expresión anterior,

$$N = \int_0^{\epsilon_F} D(\epsilon) d\epsilon + (\mu - \epsilon_F) D(\epsilon_F) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 D'(\epsilon_F),$$
$$\Rightarrow \mu = \epsilon_F - \frac{\pi^2}{6} (K_B T)^2 \frac{D'(\epsilon_F)}{D(\epsilon_F)},^7$$

en donde para el modelo del gas de Fermi se tiene:

$$D(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon^{1/2} \rightarrow D'(\epsilon) = \frac{V}{4\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon^{-1/2},$$

por tanto, para el potencial químico,

$$\mu = \epsilon_F - \frac{\pi^2}{6} (K_B T)^2 \frac{1}{2\epsilon_F} = \epsilon_F \left[1 - \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B T}{2\epsilon_F} \right)^2 \right],$$

lo cual corresponde a un corrimiento de 0.01% a $T = 300\text{K}$.

⁷siendo: $N = \int_0^{\epsilon_F} D(\epsilon) d\epsilon$.

Contenido: Tema 03

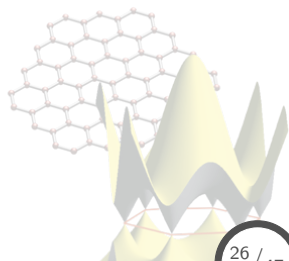
3. Modelo del gas de electrones libres

3.1 Modelo del gas de Fermi

3.2 Gas de electrones en tres dimensiones

3.3 Capacidad calorífica, conductividad eléctrica y térmica del gas de electrones

3.4 Movimiento en campos magnéticos: Efecto Hall



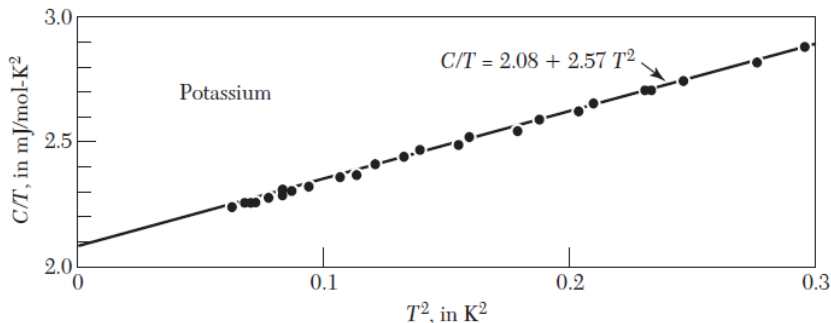
Capacidad calorífica del gas de electrones

Observaciones experimentales

A temperaturas muy por debajo de la temp. de Debye o de Fermi, el **calor específico** de los metales se puede expresar como:

$$C = C_{el} + C_{red} = \gamma T + AT^3,$$

en donde γ , el **parámetro de Sommerfeld**, y A son cantidades que caracterizan al metal.



Capacidad calorífica del gas de electrones

Resultados clásicos

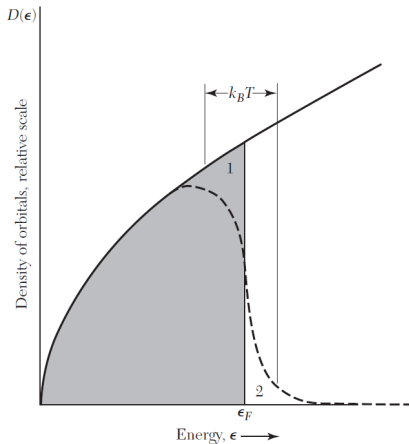
Considerando al **gas de electrones libres** como N partículas clásicas, el **calor específico** es $C_{el}^{cal} = 3Nk_B/2$, sin embargo, comparando con las observaciones experimentales:

- $C_{el} \propto T$ para temperaturas bajas ($T < T_F$),
- $C_{el}^{exp} \leq 0.01 C_{el}^{cal}$,

Para salvar tal discrepancia con el exp., se debe tomar en cuenta la naturaleza fermiónica de los e^- :

N_e = num. de e^- en un rango de energía $k_B T$ en la vecindad ϵ_F excitados térmicamente,

$$\frac{N_e}{N} = \frac{k_B T}{k_B T_F} \Rightarrow N_e = N \frac{T}{T_F}.$$



Capacidad calorífica del gas de electrones

Análisis cualitativo del calor específico

Si consideramos que cada e^- posee aprox. una energía $k_B T$, entonces la energía total será,

$$U \sim N_e k_B T = \left(N \frac{T}{T_F} \right) k_B T,$$

por tanto, el **calor específico** vendrá dado como,

$$C_{el} = \frac{\partial U}{\partial T} = 2Nk_B \frac{T}{T_F}.$$

Comparando el resultado recién obtenido con las observaciones experimentales,

- $C_{el} \propto T, \forall T < T_F$: tal relación lineal es obtenida.
- $C_{el}^{exp} \leq 0.01 C_{el}^{classic}$:

$$C_{el}^{classic} = \frac{3}{2} k_B T, \quad \& \quad C_{el}^{quantic} = 2Nk_B T \frac{T}{T_F}$$

$$\Rightarrow C_{el}^{quantic} \propto C_{el}^{classic} \frac{T}{T_F} = C_{el}^{classic} \frac{10^2}{10^4} = 0.01 C_{el}^{classic} = C_{el}^{exp}.$$

Capacidad calorífica del gas de electrones

Análisis cuantitativo del calor específico

Calculando primeramente la **energía electrónica** del gas de Fermi:

$$U(0) = \int_0^{\epsilon_F} \epsilon D(\epsilon) d\epsilon \quad (T = 0)$$

$$U(T) = \int_0^{\infty} \epsilon D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon \quad (T > 0)$$

calculando el **cambio de energía** debido a la temperatura: $\Delta U = U(T) - U(0)$,

$$\begin{aligned} \Delta U &= \int_0^{\infty} \epsilon D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon - \int_0^{\epsilon_F} \epsilon D(\epsilon) d\epsilon, \\ &= \int_0^{\epsilon_F} \epsilon D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon - \int_0^{\epsilon_F} \epsilon D(\epsilon) d\epsilon + \int_{\epsilon_F}^{\infty} \epsilon D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon, \\ &= - \int_0^{\epsilon_F} \epsilon D(\epsilon) [1 - f(\epsilon, T)] d\epsilon + \int_{\epsilon_F}^{\infty} \epsilon D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon. \end{aligned}$$

Capacidad calorífica del gas de electrones

Análisis cuantitativo del calor específico

Por otro lado, sabemos que,

$$N = \int_0^{\epsilon_F} D(\epsilon) d\epsilon = \int_0^{\infty} D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon = \left[\int_0^{\epsilon_F} + \int_{\epsilon_F}^{\infty} \right] D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon,$$

multiplicando por ϵ_F ambas expresiones,

$$\begin{aligned} \int_0^{\epsilon_F} \epsilon_F D(\epsilon) d\epsilon &= \left[\int_0^{\epsilon_F} + \int_{\epsilon_F}^{\infty} \right] \epsilon_F D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon \\ \Rightarrow - \int_{\epsilon_F}^{\infty} \epsilon_F D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon + \int_0^{\epsilon_F} \epsilon_F D(\epsilon) [1 - f(\epsilon, T)] d\epsilon &= 0. \end{aligned}$$

Relacionando la expresión anterior con la de ΔU , tenemos:

$$\begin{aligned} \Delta U &= - \int_0^{\epsilon_F} \epsilon D(\epsilon) [1 - f(\epsilon, T)] d\epsilon + \int_{\epsilon_F}^{\infty} \epsilon D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon \\ \Delta U &= \int_0^{\epsilon_F} (\epsilon_F - \epsilon) D(\epsilon) [1 - f(\epsilon, T)] d\epsilon + \int_{\epsilon_F}^{\infty} (\epsilon - \epsilon_F) D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon. \end{aligned}$$

Capacidad calorífica del gas de electrones

Análisis cuantitativo del calor específico

De la expresión obtenida:

$$\Delta U = \int_0^{\epsilon_F} (\epsilon_F - \epsilon) D(\epsilon) [1 - f(\epsilon, T)] d\epsilon + \int_{\epsilon_F}^{\infty} (\epsilon - \epsilon_F) D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon,$$

podemos calcular el **calor específico** C_{el} ,

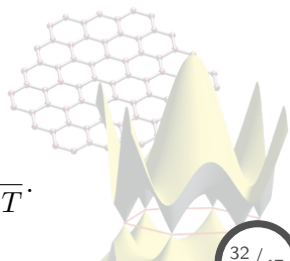
$$C_{el} = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} (U_0 + \Delta U) = \frac{\partial \Delta U}{\partial T},$$

$$\therefore C_{el} = - \int_0^{\epsilon_F} (\epsilon_F - \epsilon) D(\epsilon) \frac{\partial f}{\partial T} d\epsilon + \int_{\epsilon_F}^{\infty} (\epsilon - \epsilon_F) D(\epsilon) \frac{\partial f}{\partial T} d\epsilon,$$

$$C_{el} = \int_0^{\infty} (\epsilon - \epsilon_F) D(\epsilon) \frac{\partial f}{\partial T} d\epsilon,$$

siendo $f(\epsilon, T)$ la distribución Fermi-Dirac:

$$f(\epsilon, T) = \frac{1}{e^{(\epsilon - \mu)\beta} + 1} \quad \forall \quad \beta = \frac{1}{k_B T}.$$



Capacidad calorífica del gas de electrones

Análisis cuantitativo del calor específico

Recordando la **expansión de Sommerfeld** para una función $H(\epsilon)$ que varía ligeramente,

$$\int_0^\infty H(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon = \int_0^\mu H(\epsilon) d\epsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \left. \frac{\partial H}{\partial \epsilon} \right|_\mu$$

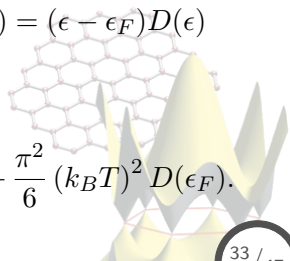
en donde: $\int_0^\mu H(\epsilon) d\epsilon \approx \int_0^{\epsilon_F} H(\epsilon) d\epsilon + (\mu - \epsilon_F) H(\epsilon_F),$

siendo para este caso,

$$C_{el} = \frac{\partial}{\partial T} \int_0^\infty (\epsilon - \epsilon_F) D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon \Rightarrow H(\epsilon) = (\epsilon - \epsilon_F) D(\epsilon)$$

por tanto, aplicando:

$$\int_0^\infty (\epsilon - \epsilon_F) D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon \approx \int_0^{\epsilon_F} (\epsilon - \epsilon_F) D(\epsilon) d\epsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 D(\epsilon_F).$$



Capacidad calorífica del gas de electrones

Constante de Sommerfeld

Calculando C_{el} :

$$\begin{aligned} C_{el} &= \frac{\partial}{\partial T} \int_0^{\infty} (\epsilon - \epsilon_F) D(\epsilon) f(\epsilon, T) d\epsilon \\ &= \frac{\partial}{\partial T} \left[\int_0^{\epsilon_F} (\epsilon - \epsilon_F) D(\epsilon) d\epsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 D(\epsilon_F) \right] = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 T D(\epsilon_F), \end{aligned}$$

siendo que para el gas de Fermi,

$$D(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon^{1/2} \quad \forall \quad N = \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon_F^{3/2} \Rightarrow D(\epsilon) = \frac{3N}{2\epsilon},$$

por tanto,

$$\frac{C_{el}}{T} = \frac{\pi^2 N k_B}{2T_F} = \gamma \quad \forall \quad \epsilon_F = k_B T_F$$

obteniendo así una expresión para **parámetro de Sommerfeld**.

Capacidad calorífica del gas de electrones

Constante de Sommerfeld

Table 2 Experimental and free electron values of electronic heat capacity constant γ of metals

(From compilations kindly furnished by N. Phillips and N. Pearlman. The thermal effective mass is defined by Eq. (38).)

Table 2 Experimental and free electron values of electronic heat capacity constant γ of metals												B	C	N
Li 1.63 0.749 2.18	Be 0.17 0.500 0.34	(From compilations kindly furnished by N. Phillips and N. Pearlman. The thermal effective mass is defined by Eq. (38).)												
Na 1.38 1.094 1.26	Mg 1.3 0.992 1.3	Observed γ in $\text{mJ mol}^{-1} \text{K}^{-2}$.										Al 1.35 0.912 1.48	Si	P
Calculated free electron γ in $\text{mJ mol}^{-1} \text{K}^{-2}$														
$m_{\text{th}}/m = (\text{observed } \gamma)/(\text{free electron } \gamma)$.														
K 2.08 1.668 1.25	Ca 2.9 1.511 1.9	Sc 10.7	Ti 3.35	V 9.26	Cr 1.40	Mn(γ) 9.20	Fe 4.98	Co 4.73	Ni 7.02	Cu 0.695 0.505 1.38	Zn 0.64 0.753 0.85	Ga 0.596 1.025 0.58	Ge	As 0.19
Rb 2.41 1.911 1.26	Sr 3.6 1.790 2.0	Y 10.2	Zr 2.80	Nb 7.79	Mo 2.0	Tc —	Ru 3.3	Rh 4.9	Pd 9.42	Ag 0.646 0.645 1.00	Cd 0.688 0.948 0.73	In 1.69 1.233 1.37	Sn ^(w) 1.78 1.410 1.26	Sb 0.11
Cs 3.20 2.238 1.43	Ba 2.7 1.937 1.4	La 10.	Hf 2.16	Ta 5.9	W 1.3	Re 2.3	Os 2.4	Ir 3.1	Pt 6.8	Au 0.729 0.642 1.14	Hg(α) 1.79 0.952 1.88	Tl 1.47 1.29 1.14	Pb 2.98 1.509 1.97	Bi 0.008

Conductividad eléctrica y ley de Ohm

Cálculo de la conductividad eléctrica

En un campo electromagnético, la fuerza que es ejercida en un electrón de carga $-e$ es,

$$\mathbf{F} = -e [\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}],$$

por Newton, para un gas de Fermi, esa fuerza está dada como:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad \forall \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v} = \hbar\mathbf{k},$$

por tanto,

$$\begin{aligned} \hbar \frac{d\mathbf{k}}{dt} &= -e\mathbf{E} \quad \forall \quad \mathbf{B} = 0, \\ \Rightarrow d\mathbf{k} &= -\frac{e}{\hbar} \mathbf{E} dt, \end{aligned}$$

integrando la ec. anterior, y considerando $\mathbf{E} \neq \mathbf{E}(t)$,

$$\int_{\mathbf{k}(0)}^{\mathbf{k}(t)} d\mathbf{k} = -\frac{e}{\hbar} \mathbf{E} \int_0^t dt,$$

$$\Rightarrow \mathbf{k}(t) - \mathbf{k}(0) = \Delta\mathbf{k} = -\frac{e}{\hbar} \mathbf{E} t,$$

en donde la expresión de $\Delta\mathbf{k}$ refleja la naturaleza de un proceso de **dispersión** de electrones.

Pero además, tenemos:

$$\begin{aligned} \hbar \Delta\mathbf{k} &= m \Delta\mathbf{v} \\ \Rightarrow \Delta\mathbf{v} &= -\frac{e}{m} \mathbf{E} t. \end{aligned}$$

Conductividad eléctrica y ley de Ohm

Conductividad eléctrica y Ley de Ohm

La cantidad $\Delta \mathbf{v}$ la podemos relacionar con el cambio de velocidad que sufre un e^- entre dos colisiones, caracterizadas por:

$\tau \rightarrow$ **tiempo de relajación**,

$l \rightarrow$ **recorrido libre medio**,

tales efectos dispersivos tienen su origen en:

- imperfecciones de la red,
- impurezas,
- fonones.

Considerando que,

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}(\tau) - \mathbf{v}(0),$$

$$\Rightarrow \mathbf{v} = -\frac{e}{m} \mathbf{E} \tau \quad \forall \quad \mathbf{v}(0) = 0.$$

Ahora, por otro lado, la **densidad de corriente** se define como,

$$\mathbf{J} = Nq\mathbf{v},$$

$$\Rightarrow \mathbf{J} = \left(\frac{Ne^2\tau}{m} \right) \mathbf{E},$$

lo cual corresponde a la **ley de Ohm**: $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$, en donde σ representa la **conductividad eléctrica** del sistema:

$$\sigma = \frac{Ne^2\tau}{m}.$$

Conductividad eléctrica y ley de Ohm

Resistividad eléctrica

La **resistividad eléctrica** se define:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \Rightarrow \rho = \frac{m}{Ne^2\tau},$$

teniendo diferentes contribuciones,

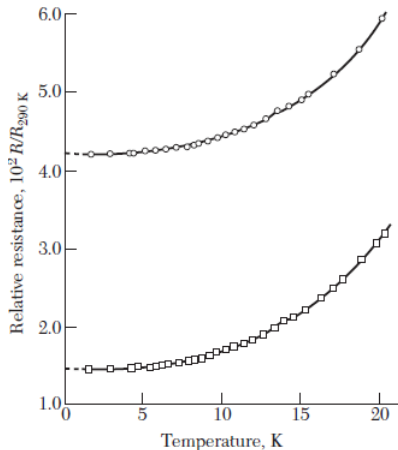
$$\rho = \rho_i + \rho_L,$$

ρ_i : dispersión debida a imperfecciones en la red,

ρ_L : dispersión debida a fonones térmicos.

Analizando los diferentes límites de T , se tiene:

$$\lim_{T \rightarrow 0} \rho = \rho_i(0) \leftarrow \text{res. residual},$$



$$\text{if } T > \theta_D \Rightarrow \rho \propto T,$$

por tanto en ese rango ρ_L es dominante.

Conductividad eléctrica y ley de Ohm

Datos de conductividad y resistividad eléctrica

Table 3 Electrical conductivity and resistivity of metals at 295 K

(Resistivity values as given by G. T. Meaden, *Electrical resistance of metals*, Plenum, 1965; residual resistivities have been subtracted.)

Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
1.07	3.08																
9.32	3.25																
Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
2.11	2.33	Conductivity in units of 10^5 (ohm-cm) ⁻¹ .										3.65					
4.75	4.30	Resistivity in units of 10^{-8} ohm-cm.										2.74					
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
1.39	2.78	0.21	0.23	0.50	0.78	0.072	1.02	1.72	1.43	5.88	1.69	0.67					
7.19	3.6	46.8	43.1	19.9	12.9	139.	9.8	5.8	7.0	1.70	5.92	14.85					
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn ^(w)	Sb	Te	I	Xe
0.80	0.47	0.17	0.24	0.69	1.89	~0.7	1.35	2.08	0.95	6.21	1.38	1.14	0.91	0.24			
12.5	21.5	58.5	42.4	14.5	5.3	~14.	7.4	4.8	10.5	1.61	7.27	8.75	11.0	41.3			
Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg ^{liq}	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
0.50	0.26	0.13	0.33	0.76	1.89	0.54	1.10	1.96	0.96	4.55	0.10	0.61	0.48	0.086	0.22		
20.0	39.	79.	30.6	13.1	5.3	18.6	9.1	5.1	10.4	2.20	95.9	16.4	21.0	116.	46.		
Fr	Ra	Ac															
			Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu	
			0.12	0.15	0.17		0.10	0.11	0.070	0.090	0.11	0.13	0.12	0.16	0.38	0.19	
			81.	67.	59.		99.	89.	134.	111.	90.0	77.7	81.	62.	26.4	53.	
			Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr	
			0.66		0.39	0.085	0.070										
			15.2		25.7	118.	143.										

Conductividad térmica

Conductividad térmica del gas de electrones

De la teoría cinética de gases, se tiene que la **conductividad térmica** de un gas de partículas desplazándose a una vel. v , con un camino libre medio l es,

$$K = \frac{1}{3} C v l \quad \forall \quad C = \text{calor específico},$$

donde para el gas de electrones libres tenemos:

$$C_{el} = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 D(\epsilon_F) T \quad \forall \quad D(\epsilon_F) = \frac{3N}{2\epsilon_F} \quad \& \quad \epsilon_F = \frac{1}{2} m v_F^2,$$

por tanto, la conductividad térmica del gas de electrones es:

$$K_{el} = \left(\frac{\pi^2}{3m} N k_B^2 \tau \right) T \Rightarrow K_{el} \propto T.$$

Comparando con la **conductividad térmica fonónica**, se tiene que:

- $K_{el} > K_{phon}$ en metales puros ($\forall T$),
- $K_{el} \approx K_{phon}$ en metales impuros o aleaciones desordenadas.

Conductividad térmica

Conductividad térmica del gas de electrones

Comparando las diferentes conductividades en un gas de electrones: eléctrica y térmica, se tiene la **ley de Wiedemann-Franz**:

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{\pi^2 N k_B^2 \tau T / 3m}{N e^2 \tau / m} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{\pi k_B}{e} \right)^2 T,$$

teniendo el **número de Lorentz**, el cual es independiente del material,

$$\Rightarrow L = \frac{K}{\sigma T} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{\pi k_B}{e} \right)^2 \approx 2.45 \times 10^{-8} \text{ watt-ohm/K}^2.$$

$L \times 10^8 \text{ watt-ohm/deg}^2$			$L \times 10^8 \text{ watt-ohm/deg}^2$		
Metal	0°C	100°C	Metal	0°C	100°C
Ag	2.31	2.37	Pb	2.47	2.56
Au	2.35	2.40	Pt	2.51	2.60
Cd	2.42	2.43	Su	2.52	2.49
Cu	2.23	2.33	W	3.04	3.20
Mo	2.61	2.79	Zn	2.31	2.33

Contenido: Tema 03

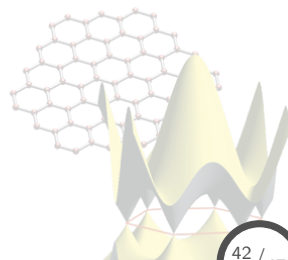
3. Modelo del gas de electrones libres

3.1 Modelo del gas de Fermi

3.2 Gas de electrones en tres dimensiones

3.3 Capacidad calorífica, conductividad eléctrica y térmica del gas de electrones

3.4 Movimiento en campos magnéticos: Efecto Hall



Movimiento en campos magnéticos: Efecto Hall

Electrones en presencia de campos magnéticos

Teniendo una partícula de masa m y carga $q = -e$, su ec. de movimiento estará dada por:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} + \alpha\mathbf{v} = m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \mathbf{v},$$

siendo $\alpha = m/\tau$ un **término de fricción** con origen en las colisiones de los electrones con imperfecciones o fonones.

Ahora, considerando que el movimiento del sistema en presencia de un campo magnético uniforme \mathbf{B} ,

$$\mathbf{F} = -e [\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}],$$

por tanto, la ec. de movimiento quedara como:

$$m \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \mathbf{v} = -e [\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}].$$

Considerando que los campos y la velocidad vienen dados por,

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z), \quad \mathbf{B} = (0, 0, B), \\ \mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z),$$

entonces,

$$m \left(\partial_t + \tau^{-1} \right) v_x = -e (E_x + v_y B), \\ m \left(\partial_t + \tau^{-1} \right) v_y = -e (E_y - v_x B), \\ m \left(\partial_t + \tau^{-1} \right) v_z = -e E_z.$$

Movimiento en campos magnéticos: Efecto Hall

Electrones en presencia de campos magnéticos

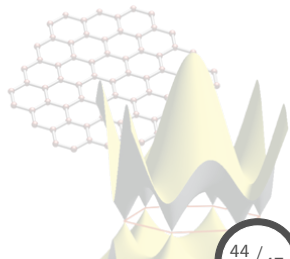
Para el caso particular de un **campo eléctrico estático**, se tendrá un est. estacionario $\therefore \mathbf{v} = \text{cte}$,

$$\begin{aligned}v_x &= -\frac{e\tau}{m}E_x - \omega_c\tau v_y, \\v_y &= -\frac{e\tau}{m}E_y + \omega_c\tau v_x, \\v_z &= -\frac{e\tau}{m}E_z,\end{aligned}$$

en donde $\omega_c = eB/m$ representa la **frecuencia de ciclotrón**.

Resolviendo el sistema anterior para v_x y v_y :

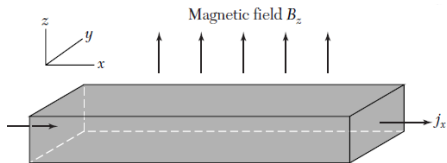
$$\begin{aligned}v_x &= -\left(\frac{e\tau}{m}\right) \frac{E_x - \omega_c\tau E_y}{1 + \omega_c^2\tau^2}, \\v_y &= -\left(\frac{e\tau}{m}\right) \frac{E_y + \omega_c\tau E_x}{1 + \omega_c^2\tau^2}.\end{aligned}$$



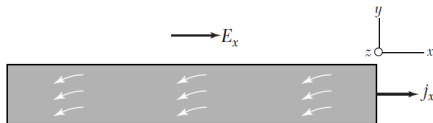
Movimiento en campos magnéticos: Efecto Hall

Campo Hall

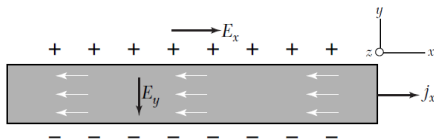
Considerando una barra infinita con flujo de electrones en \hat{i} , entonces existirá $\mathbf{J} = j_x \hat{i}$,



debido a \mathbf{B} (vía Lorentz) se tendrá una desviación en la trayectoria de los electrones,



Alcanzando el **est. estacionario** ($t \gg 0$), no habrá tal deflexión,



y al no tener donde fluir los e^- en \hat{j} se tendrá $v_y = 0$, por tanto de las ecs. de movimiento se tiene:

$$E_y = -\omega_c \tau E_x = -\frac{eB\tau}{m} E_x,$$

es decir, la contribución de Lorentz se **contraresta** por un campo E_y , conocido como **campo de Hall**.

Movimiento en campos magnéticos: Efecto Hall

Coeficiente Hall

Por otro lado, definimos el **coeficiente Hall**,

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B} \quad \forall \quad j_x = nqv_x,$$

recordando que $q = -e$, $v_x = (-e\tau/m)E_x$ y E_y el **campo Hall**, entonces tenemos:

$$R_H = -\frac{1}{ne}.$$

Observaciones del coeficiente Hall:

- n y R_H son **inversamente** proporcionales,
- es muy útil para medir la **concentración** de portadores de carga.

El signo del coeficiente Hall tiene un significado físico:

- $R_H < 0 \Rightarrow$ el portador es un **electrón**,
- $R_H > 0 \Rightarrow$ el portador es un **hueco**.

Movimiento en campos magnéticos: Efecto Hall

Coeficiente Hall

Table 4 Comparison of observed Hall coefficients with free electron theory

Metal	Method	Experimental R_H , in 10^{-24} CGS units	Assumed carriers per atom	Calculated $-1/nec$, in 10^{-24} CGS units
Li	conv.	-1.89	1 electron	-1.48
Na	helicon	-2.619	1 electron	-2.603
	conv.	-2.3		
K	helicon	-4.946	1 electron	-4.944
	conv.	-4.7		
Rb	conv.	-5.6	1 electron	-6.04
Cu	conv.	-0.6	1 electron	-0.82
Ag	conv.	-1.0	1 electron	-1.19
Au	conv.	-0.8	1 electron	-1.18
Be	conv.	+2.7	—	—
Mg	conv.	-0.92	—	—
Al	helicon	+1.136	1 hole	+1.135
In	helicon	+1.774	1 hole	+1.780
As	conv.	+50.	—	—
Sb	conv.	-22.	—	—
Bi	conv.	-6000.	—	—