Física Estadística I
Examen 04: Estadística Cuántica, Gas de Fermi−Dirac

Dr. Omar De la Peña Seaman

8 Junio 2020

Nombre del Estudiante: ______________________________

Problema 1 *Gas de Fermi en 2D* **(30 pts.)**

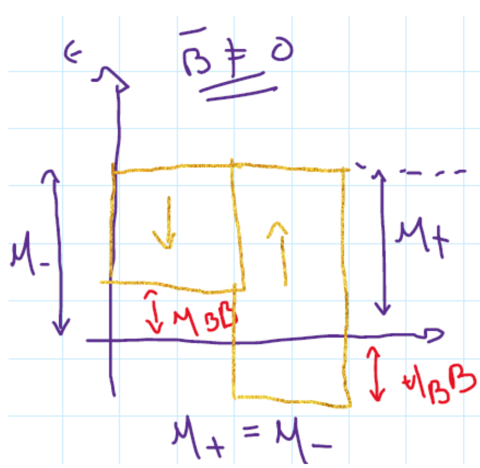
Suponga que se tiene un gas de N fermiones libres, de espín $1/2$ y de masa m confinados en una superficie de área A.

1. Obtener la expresión explícita para el potencial químico μ como función de la temperatura.
2. Determinar la forma de $\mu(T)$ en función de T, para los límites de altas y bajas temperaturas.
3. Opcional (10 pts. extra): Calcular la expresión general de la presión, y obtener el límite clásico.

....

Problema 2 *Paramagnetismo de Pauli* **(40 pts.)**

Se tiene un gas de N electrones, con momento magnético $m_z = \pm\mu_B$, confinado en un volumen V, y bajo la acción de un campo magnético aplicado $\mathbf{B} = B\hat{k}$, en donde el efecto en la distribución viene dado como se muestra en el esquema.



Para el límite de altas temperaturas, calcular el valor esperado de la energía y el calor específico (a volumen constante) hasta un orden de $N\lambda^3/V$.

. . . .

Hint: Considerar los efectos del campo magnético sólo en el espectro energético, no en las funciones de onda.

Problema 3 *Trampa armónica* **(30 pts.)**

Considerar un gas de N electrones no-interacturantes ($N \gg 1$), confinados en una dimensión ($1D$), bajo la influencia de un potencial armónico dado por $V(x) = m\omega^2 x^2/2$.

1. Calcular la energía de Fermi del gas, como función de N.
2. Obtener la energía total del gas, considerándolo totalmente degenerado ($T = 0$ K).
3. Asumir ahora que el gas se encuentra confinado en un espacio de dos dimensiones ($2D$), bajo la influencia del potencial $V(x, y) = m\omega^2(x^2 + y^2)/2$. Encontrar la energía de Fermi como función de N bajo esta geometría.

. . . .

Relaciones que podrían ser de utilidad:

$$\int_0^\infty \frac{m(x)}{e^{x-y}+1}dx \approx \int_0^y m(x)dx + 2\sum_{k=impar} I(k) \left.\frac{\partial^k m(x)}{\partial x^k}\right|_y \quad \forall \ \ y > 1,$$

$$\text{donde:} \quad I(k) = \frac{1}{k!}\int_0^\infty \frac{\eta^k}{e^\eta+1}d\eta, \quad \text{con:} \quad I(1) = \frac{\pi^2}{12}, \quad I(3) = \frac{7\pi^4}{720}.$$

$$\text{Gas ideal en } 3D: \quad N = \frac{V}{\lambda^3}f_{3/2}(\zeta), \quad E = \frac{3}{2}Nk_BT\frac{f_{5/2}(\zeta)}{f_{3/2}(\zeta)}.$$