

Espacios Vectoriales

Parcial 1: Espacios Vectoriales y Operadores Lineales

Dr. Omar De la Peña Seaman

21 Octubre 2020

Nombre del Estudiante: _____

Problema 1 *Independencia lineal* (10 pts.)

Determinar si los siguientes polinomios $v_1, v_2, v_3 \in P_3(t)$ son linealmente independientes o dependientes,

$$v_1 = t^3 - t^2 - 3t + 3, \quad v_2 = t^3 + 2t^2 + 4t - 1, \quad v_3 = 2t^3 - t^2 - 4t + 5.$$

.....

Problema 2 *Transformaciones lineales* (20 pts.)

- (i) Que condiciones debe cumplir explícitamente un mapeo o transformación para que se considere lineal?
- (ii) Determinar si el siguiente mapeo es lineal:

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \forall F(x, y) = (xy, y).$$

- (iii) Determinar si el siguiente mapeo es lineal:

$$G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \forall G(x, y, z) = (x + y, 4z).$$

.....

Problema 3 *Imagen y kernel de una transformación lineal* (30 pts.)

Sea $H : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una transformación lineal definida por,

$$H(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2 - 2x_3, x_1 + x_2 + x_4, x_1 - 2x_2 + 2x_3),$$

Utilizando la base estándar del dominio, encontrar una base y la dimensión de:

- (i) La imagen de H .
- (ii) El kernel de H .

.....

Problema 4 *Representación matricial de un operador lineal* (40 pts.)

Tenemos dos bases en \mathbb{R}^2 ,

$$E = \{e_1, e_2\} = \{(1, 0), (0, 1)\} \quad \& \quad S = \{u_1, u_2\} = \{(1, 1), (2, 3)\}.$$

así como un operador lineal en \mathbb{R}^2 definido por,

$$F(x, y) = (x + 3y, 2x - 5y),$$

y un vector en la base estándar dado por $v = (2, 6)$.

- (i) Hallar la matriz de cambio de base de S a E .
- (ii) Obtener la representación matricial de F relativa a la base E : $[F]_E$.
- (iii) Determinar la representación matricial de F relativa a la base S : $[F]_S$.
- (iv) Calcular el vector de coordenadas de v en la base S : $[v]_S$.

.....